

Titre 3

Le coût de quelques autres sources de financement obligataire à caractéristique optionnelle

Chapitre 1 le coût des obligations avec prix de remboursement des titres indexé sur le cours d'une action ou sur un indice boursier

chapitre 2 le coût des obligations à bons de souscription d'obligations (obso)

chapitre 3 le coût des emprunts obligataires avec option de remboursement anticipé au gré du souscripteur ou au gré de l'émetteur

Chapitre 1 Le coût des obligations avec prix de remboursement indexé sur le cours d'une action ou sur un indice boursier

Nous envisagerons successivement le cas des Obligations indexées sur actions et celui des obligations indexées sur indice boursier.

Section 1 Les obligations indexées sur action

§1 Caractéristiques et évaluation des obligations indexées sur action

Ce type d'obligations est apparu en Décembre 1995 sur le marché domestique , avec une émission de Rhône-Poulenc indexée cette fois sur le cours de l'action de la société¹: depuis lors cette société a fait de nouveau appel à plusieurs reprises à ce type de produit (en Mai 1996 , en Mars 1997 et en Février 1998). Son exemple a été suivi par beaucoup de grandes sociétés françaises , notamment Carrefour, Promodès, Pernod-Ricard, Eridiana-Beghin-Say, la Cie Générale des Eaux, PPR, Lagardère Groupe, France Télécom, Rexel, LVMH , Alcatel-Alsthom , Peugeot ,Renault, Pechiney, Accor., Canal +....., au point d'avoir fait de ce type d'émissions en 1998 un sérieux rival des émissions convertibles .

*Les caractéristiques des émissions obligataires indexées sur action

- . Le plus souvent il s'agit d'obligations à coupon zéro ou à faible coupon²
- . dont le prix de remboursement à l'échéance dépend de l'évolution du cours de l'action depuis la date d'émission et se situant entre
 - un prix minimum de remboursement égal le plus souvent³ au nominal du titre , en cas d'évolution défavorable du cours de l'action
 - . et souvent plafonné à un niveau maximum fixé par contrat (un multiple du nominal), dans l'hypothèse d'une croissance importante du cours de l'action

Le tableau ci-dessous présente les caractéristiques de quelques-unes de ces émissions indexées sur actions

Emissions d'obligations à prix de remboursement indexé sur le cours de l'action de l'émetteur

Emetteurs	date	Montant en milliards de francs	Matu rité	coupon annuel	borne minimale du prix de remboursement du titre (en % du nominal)	borne supérieure du prix de remboursement du titre (en % du nominal)	
Rhône-Poulenc	Nov.1995	0.2	5	0%	125%	200%	
Rhône-Poulenc	Mai 196	0.1	5	0%	120%	196%	

¹ Ou d'une société-liée : exemples de RALLYE en 1998 dont le prix de remboursement est indexé sur le cours de Casino ou BELLON en 1997 dont le prix de remboursement est indexé sir le cours de Sodhexo

² 1% pour les émissions Rhône-Poulenc (mars 1998), Cie Générale des Eaux(Mars 1998) ou LVMH (Avril 1998)

³ un contre-exemple étant l'emprunt Rexel où la borne minimale est de 75% du nominal du titre

Carrefour	Mai 1996	0.5	6	0%	100%	225%	
Pernod-Ricard	Mai 1996	0.3	6	0%	125%	220%	
Pernod-Ricard	Sept.1996	0.1	6	0%	120%	220%	
Générale des Eaux	Sept.1996	0.3	6	0%	120%	220%	
Rhône-Poulenc	Mars 1997	0.25	6	0%	110%	190%	
PPR	Jan.1998	0.7	7	0%	100%	228%	
Lagardère	Jan.1998	0.65	6	0%	100%	200%	
France Télécom	Jan.1998	1.00	7	0%	100%	220%	
Rhône-Poulenc	Fév.1998	1.00	8	1%	100%	non limité	
Générale des Eaux	Mars 1998	0.5	8	1%	100%	non limité	
Rexel	Mars 1998	0.3	10	0%	75%	260%	
Carrefour	Mars 1998	0.7	7	0%	100%	187%	
LVMH(euro)	Avr.1998	1.3	7	1%	101%	non limité (de facto 150% en raison d'un opt.de anticipé au gré de l'émetteur	anticipé gré du porteur > 4 ans et 1j. + anticipé gré de l'émetteur 150% du nom.
Peugeot	Avr.1998	0.5	8	0%	100%	231%	
Renault	Avr.1998	0.5	7	1.5%	100%	184%	
Alcatel-Alsthom	Mai 1998	1.0	8	0%	100%	231%	
Promodès	Juin 1998	0.4	7	0%	100%	203%	
Accor ⁴	Juil. 1998	0.8	7	0%	100%	208%	
Péchiney	Juil.1998	0.3	7	0%	100%	220%	
Eridiana Beghin Say	Août	0.3	8	0%	100%	306%	
Canal +	Mars1999	0.35	10	0%	100%	260%	

⁴ à titre d'exemple pour l'émission ACCOR le prix de remboursement du titre, à l'échéance, sera calculé selon la formule suivante : $Nominal * (1 + (Cf - Ci) / Ci)$

avec Ci égal à 1732.44F, le cours initial de l'action ACCOR

et Cf la moyenne arithmétique des cours de l'action ACCOR sur le marché à Règlement Mensuel de la bourse de Paris constatés à 11 heures, 12 heures, 15 heures et 16 heures les 24, 25, 28, 29 et 30 Juin 2005.

le facteur multiplicatif $(1 + (Cf - Ci) / Ci)$ étant limité à 208% de la valeur nominale de l'obligation (soit 20800F pour un nominal du titre de 10000 F)

le prix de remboursement concerné ne pouvant pas par ailleurs être inférieur à 100% du nominal de l'obligation

Le principe sur lequel reposent ces émissions est le suivant: une absence de coupons (ou un très faible coupon) assortie , à l'échéance , d' un prix de remboursement lié à la progression du cours de l'action.

C'est en raison de cette dernière caractéristique qu'elles présentent une certaine similarité avec les obligations convertibles puisque , comme ces dernières en cas de conversion, elles permettent au porteur de l'obligation indexée de participer à l'éventuelle bonne fortune de l'action. De même la garantie d'un prix de remboursement minimal dont elles bénéficient est également , à certains égards , l'équivalent du prix de remboursement de l'obligation convertible dans l'hypothèse d'une non-conversion de celle-ci .

A l'inverse toutefois des obligations convertibles ,les obligations indexées présentent ,pour les sociétés , l'avantage de ne conduire ,à terme, à aucune création d'actions nouvelles et donc d'éviter tout risque de dilution du contrôle possédé par les actionnaires actuels ainsi que toute dilution du cours de bourse.

Le tableau ci-dessous présente l'état des ressemblances et différences des obligations indexées sur action par rapport aux divers types d'émissions en capital différées:

Comparaison des obligations indexées sur action avec les émissions en capital différées

produit	décision de conversion ou de souscription laissée au souscripteur	création de nouveaux titres	dilution du contrôle attendue	dilution des cours attendue	prix d'exercice à l'échéance
OCA	Oui	oui (potentiellement)	Oui (potentiellement)	oui	prix de rembt contractuel de l'obligation
ORA	non (conversion automatique)	Oui (avec certitude)	Oui (avec certitude)	oui	-
OBSA	oui	oui (potentiellement)	Oui (potentiellement)	oui	prix de rembt contractuel de l'obligation
OIA	Non (pas de conversion mais rembt obligatoire à un niveau fonction du prix de l'action)	non	non	non	-

L'attention de plus en plus importante des équipes managériales à la création de valeur actionnariale et au souci d'éviter toute source de dilution des cours de leurs titres expliquent dans une large mesure l'émergence récente de ce type de produit.

§2 Evaluation des obligations indexées sur action

A-L'évaluation de la valeur théorique d'une obligation zéro-coupon indexée sur action (non plafonnée)

D'une manière générale la valeur théorique d'une telle obligation indexée sur action non plafonnée peut être considérée comme l'addition de deux éléments:

. en premier lieu la valeur de sa composante zéro-coupon , c'est-à-dire la valeur actuelle des coupons annuels successifs (s'ils existent) et du prix minimal de remboursement de l'obligation en T.(se réduisant dans le cadre d'une obligation zéro-coupon à ce dernier terme)

. en second lieu la valeur de l'avantage que représente, pour le porteur de l'obligation indexée sur action, de pouvoir bénéficier d'un prix de remboursement fonction du cours de l'action;

$$(R = mP \text{ si } C_T < C_0 \text{ ou alternativement } R = C_T \text{ si } C_T > C_0)$$

avec R le prix de remboursement de l'obligation à l'échéance

P le nominal de l'obligation

mP le prix de remboursement minimal de l'obligation (exprimé en % du nominal du titre : par exemple 10000 francs pour un titre dont le nominal est de 10 000 francs et dont le prix minimum de remboursement est de 100% du nominal du titre (cas de l'émission Accor) ou 12000 francs pour un titre de même nominal dont le prix de remboursement minimum aurait été de 120% du nominal .

C_T le cours de l'action constaté à l'échéance de l'emprunt

C_0 le cours initial de l'action lors du lancement de l'émission

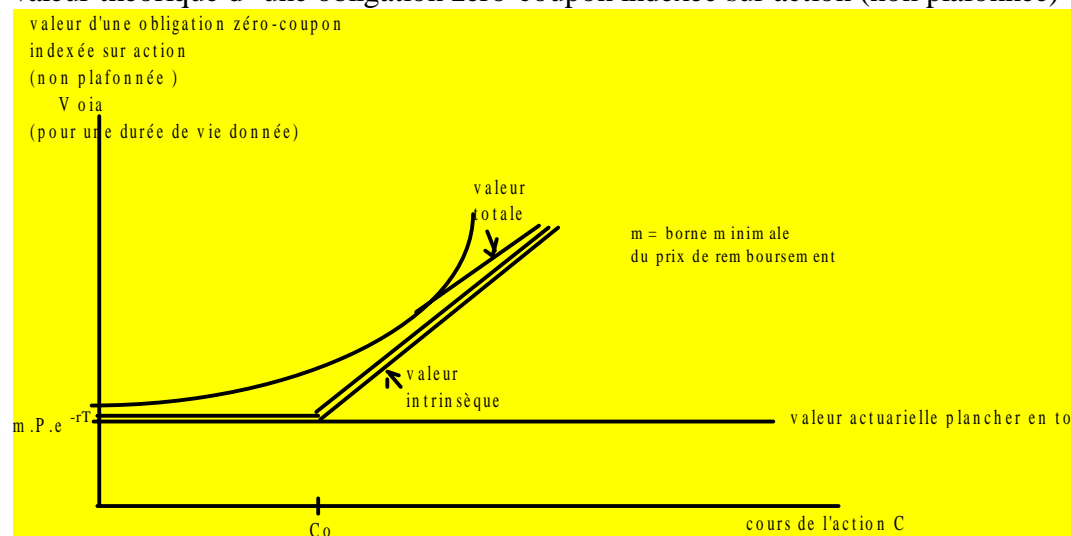
il s'agit là d'une composante ayant les caractéristiques d'un actif conditionnel dont la valeur peut être évaluée par l'intermédiaire des instruments classiques issus de la théorie des options. Pour exprimer cette deuxième composante nous parlerons de valeur du 'quasi-droit de conversion' , compte-tenu du fait que l'émission présente les mêmes effets finaux qu'un titre auquel serait attaché un droit de conversion, même si le droit de conversion en tant que tel n'existe pas.

La valeur théorique d'un Obligation indexée sur action (non plafonnée) peut dès lors être exprimée par:

Voia non plafonnée= plancher actuariel de l'obligation en to + valeur théorique du quasi-droit de conversion

Graphiquement cette valeur totale de l'obligation indexée sur action en fonction du cours de l'action peut être représentée de la manière suivante :

valeur théorique d' une obligation zéro-coupon indexée sur action (non plafonnée)



Mathématiquement si l'on apprécie la valeur du quasi-droit de conversion à partir de la formule de Black et Scholes (1973), cette valeur théorique de l'obligation zéro-coupon indexée sur action peut s'exprimer par:

$$V_{\text{oia non plafonnée}} = m.P/(1+k_d)^T + [(P/Co) (Co-D^*).N(d1) - m.P.e^{-rT}. N(d2)]$$

avec : $d1 = [\text{Ln} [((P/Co)(Co-D^*)/m.P) + (r + 0.5\sigma^2) T] / \sigma\sqrt{T}$
 : ou $d1 = [\text{Ln} (Co-D^*)/m.Co + (r + 0.5\sigma^2) T] / \sigma\sqrt{T}$

et $d2 = [\text{Ln} (Co-D^*)/m.Co + (r - 0.5\sigma^2) T] / \sigma\sqrt{T}$ ou $d2 = d1 - \sigma\sqrt{T}$

et par ailleurs:

T la maturité de l'emprunt concerné.

k_d le taux d'actualisation associé à un zéro-coupon de la maturité considérée T pour la société (pouvant être exprimée par le taux zéro-coupon des Oat du gouvernement augmenté de la marge habituellement observée sur le marché pour l'émetteur lors de ses émissions antérieures)

r le taux d'intérêt sans risque (continu) d'un placement sans risque de maturité T

σ la volatilité du cours de l'action sur le marché

D^* la valeur actualisée des dividendes futurs attendus de la détention de l'action d'ici l'échéance finale de l'emprunt

Si la société Accor avait retenu une émission d'obligations indexées *non plafonnée* de mêmes caractéristiques que la précédente, la valeur d'une obligation aurait été de:(avec un prix de remboursement minimum de $m=100\%$ du nominal du titre)

$$V_{\text{oia non plafonnée}} = 10000/(1+k_d)^T + [(10000/1732.44)(Co-D^*).N(d1) - 10000.e^{-rT}.N(d2)]$$

avec : $d1 = [\text{Ln} (Co-D^*)/1732.44 + (r + 0.5\sigma^2) T] / \sigma\sqrt{T}$
 $d2 = [\text{Ln} (Co-D^*)/1732.44 + (r - 0.5\sigma^2) T] / \sigma\sqrt{T}$ ou $d2 = d1 - \sigma\sqrt{T}$

Pour aller plus loin il convient d'apprécier la valeur des autres paramètres du calcul, à savoir la volatilité de l'action, la valeur actuelle des dividendes attendus d'ici le 22 Juillet 2005 (date de remboursement de l'emprunt), le taux d'intérêt sans risque pour la maturité considérée et le taux actuariel qu'aurait exigé le marché au même moment pour un emprunt obligataire classique de la société Accor de même maturité.

- la volatilité de l'action Accor

C'est par le biais d'une mesure de la volatilité *historique* du titre sur la base des cours fin de mois des 24 derniers mois que nous évaluerons cette volatilité : celle-ci apparaît être de $\sigma = 0.2368$

- la valeur actualisée des dividendes futurs d'ici le 22 Juillet 2005

La série des dividendes passés depuis l'année 1987 est la suivante:(versement du dividende vers le 15 Juin de chaque année)

Evolution passée des dividendes nets et évolution prévisionnelle des dividendes d'ici le 22 Juillet 2005

Année	Dividende par action versé (net)	Augmentation du dividende de t-1 à t	actualisation des dividendes au taux k_r $div_{t,e}^{-0.16127,t}$
1987	8.50	+2.00	
1988	10.50	+2.00	
1989	12.50	+2.00	
1990	15.00	+2.50	
1991	16.00	+1.00	
1992	18.00	+2.00	
1993	18.00	-	
1994	18.00	-	
1995	20.00	+2.00	
1996	20.00	-	
1997	20.00	-	
1998	23.00	+3.00	
1999	26.00*	+3.00*	22.48
2000	26.00*	-	19.13
2001	30.00*	+4.00*	18.79
2002	34.00*	+4.00*	18.12
2003	38.00*	+4.00*	17.24
2004	38.00*	-	14.67
2005	42.00*	+4.00*	13.80
taux de croissance annuel moyen du dividende entre 1987 et 1998=9.5%			D*= 124.23F
*projections sur la base du même taux de croissance du dividende net de 9.5% l'an			

Reste à privilégier pour l'actualisation des dividendes un taux d'actualisation: Nous retiendrons ici , comme précédemment, le taux de rendement requis par le marché de l'action Accor , compte -tenu de son degré de risque .Un moyen d'évaluer celui-ci est de faire appel au Médaf:

$$k_r \text{ Accor} = 3.50\% + \beta_{\text{Accor}}^5 [12.00\% - 3.50\%] = 3.50\% + 1.65 [12.00\% - 3.50\%] = 17.5\% ^6$$

Sur cette base la valeur actualisée des dividendes futurs d'Accor peut être estimée à $D^* = 124.23$ Francs.

- le taux d'intérêt sans risque pour une maturité de 7 ans

Celui-ci peut être approximé par le taux d'intérêt actuariel d'une Oat zéro coupon de maturité 7 ans: celui-ci pouvait être estimé le 21 Juillet 1998 (par interpolation des taux constatés pour cette maturité pour les 2 Oat démembrées) à : $r = 4.70\%$ ⁷

⁵ celui-ci étant , selon le Journal Les Echos , de 1.65 le 21 Juillet 1998

⁶ correspondant à un taux d'intérêt continu de 16.127%

⁷ correspondant à un taux d'intérêt continu de 4.593%

- le taux de rendement actuariel exigé d'un emprunt obligataire classique de même maturité de l'émetteur considéré

Il convient ici d'ajouter au taux des Oat de maturité 7 ans la prime de risque habituellement exigé de l'émetteur concerné : nous supposons ici que cette prime de risque est de l'ordre de +0.60 , entraînant dès lors une évaluation de k_d égale à: $k_d=4.70\%+0.60\%=5.30\%$

Dès lors , dans le cadre des hypothèses précédentes, la valeur théorique de l'obligation zéro-coupon indexée sur le cours de l'action Accor (non plafonnée) devient:

$$V_{\text{oia non plafonnée}} = 10000/(1.0530)^7 + [(10000/1732.44)(1732.44 - 124.23) \cdot N(d1) - 10000 \cdot e^{-0.04593 \cdot 7} \cdot N(d2)]$$

$$V_{\text{oia non plafonnée}} = 10000/(1.0530)^7 + [9282.92 \cdot N(d1) - 10000 \cdot e^{-0.04593 \cdot 7} \cdot N(d2)]$$

$$\text{avec : } d1 = [\text{Ln}(1608.21)/1732.44] + (0.04593 + 0.5 \cdot 0.0560742) \cdot 7 / 0.626514 = 0.7076633$$

$$d2 = [\text{Ln}(1608.21)/1732.44] + (0.04593 - 0.5 \cdot 0.0560742) \cdot 7 / 0.626514$$

ou

$$d2 = 0.7076633 - 0.626514 = 0.0811493$$

$$d1 \text{ et } d2 \text{ conduisant à } N(d1) = 0.7606368 \quad \text{et } N(d2) = 0.5325989$$

et à:

$$\begin{aligned} V_{\text{oia non plafonnée}} &= 10000/(1.0530)^7 + [(9282.92 \cdot 0.7606368) - (10000 \cdot e^{-0.04593 \cdot 7} \cdot 0.5325989)] \\ &= 6966.29 \text{ F} + [7060.93 \text{ F} - 3861.63 \text{ F}] \\ &= 6966.29 \text{ F} + 3199.30 = \mathbf{10165.59 \text{ F}} \end{aligned}$$

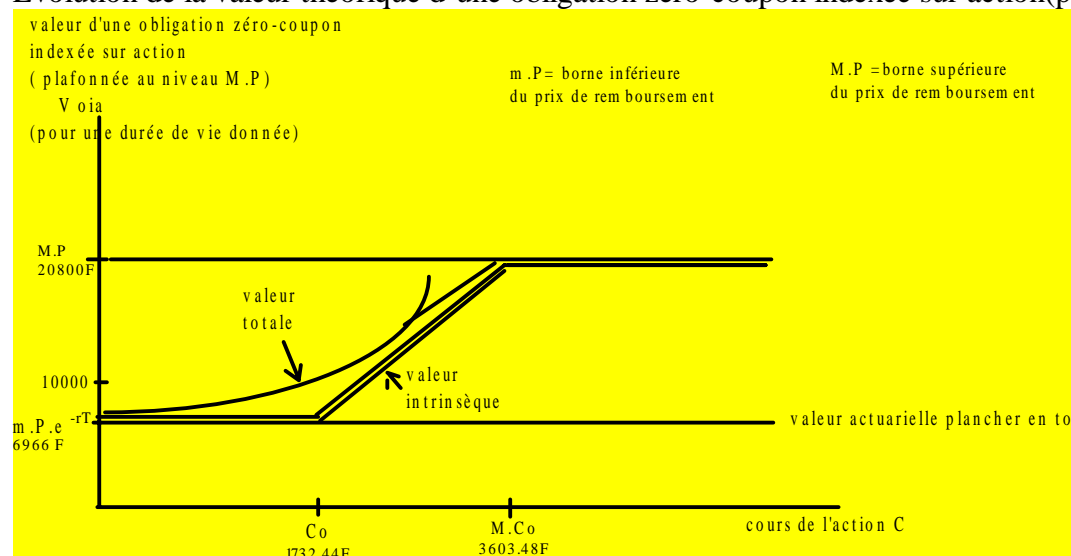
B- L'évaluation de la valeur théorique d'une obligation zéro-coupon indexée sur action (plafonnée)

Tel est le cas de l'émission d'obligations zéro-coupon indexées lancée effectivement par Accor. Le plafond d'évolution du prix de remboursement potentiel du titre obligataire a été fixé à 208% du nominal du titre ; un tel plafond correspond à un cours potentiel du titre Accor de 3603.48F (soit 2.08 fois le cours initial).

On sent intuitivement que la valeur théorique d'une telle obligation dont le gain potentiel a été plafonné sera moins élevée que dans le cas précédent. Il reste à évaluer de combien.

Le graphique suivant montre l'évolution de la valeur théorique d'une telle obligation en fonction du cours futur de l'action d'ici la date de remboursement de l'emprunt:

Evolution de la valeur théorique d'une obligation zéro-coupon indexée sur action(plafonnée)



La valeur d'une obligation indexée sur action dont le prix de remboursement est plafonné à un certain prix $R = M.P$, P étant le nominal du titre et M le multiple retenu pour le plafonnement) est constituée de 3 éléments:

- le premier est comme précédemment la valeur du plancher actuariel en to de l'obligation zéro-coupon.
- le second, qui s'ajoute au premier, est la valeur théorique du quasi-droit de conversion, calculée précédemment
- le troisième, jouant cette fois dans l'autre sens est l'amputation de la valeur théorique du quasi-droit de conversion imputable au plafonnement du mécanisme d'indexation, dont il nous faut présenter le mode d'évaluation.

Notons que ce plafonnement équivaut à accorder à la société le droit, dans l'hypothèse où le cours de l'action dépasserait le seuil de 3603.48F, de racheter au souscripteur le titre concerné à un prix d'exercice de 20800 Francs. Tant que le cours de l'action en T est inférieur à 3603.48F, l'émetteur n'a aucun intérêt à exercer son option; il lèverait par contre cette option si à la date de remboursement le cours de l'action apparaissait supérieur au cours plafond, lui faisant économiser la différence positive entre le prix de remboursement théorique non plafonné et 20800F.

En d'autres termes la valeur théorique de l'obligation zéro-coupon indexée, mais avec plafonnement du mécanisme d'indexation à un niveau $M.P$, peut se ramener à:

$$V_{\text{oia plafonnée}} = \text{plancher actuariel de l'obligation en to} + \text{valeur du quasi-droit de conversion} - \text{valeur de l'option de rachat du contrat au prix d'exercice } M.P \text{ dont dispose l'émetteur}$$

ou encore:

$$V_{\text{oia plafonnée}} = V_{\text{oia non plafonnée}} - V_{\text{option de rachat}}$$

Or la valeur de cette dernière composante peut être évaluée grâce à la théorie des options: si nous retenons la méthode d'évaluation de Black et Scholes⁸ on peut l'apprécier par:

⁸ d'autant qu'il s'agit ici d'une option d'achat de type européen

$$V_{\text{option de rachat}} = [(P/Co)(Co-D^*).N(d1) - M.P.e^{-rT}.N(d2)]$$

$$\text{avec : } d1 = [\text{Ln} (C-D^*)/M.Co) + (r + 0.5\sigma^2) T] / \sigma \sqrt{T}$$

$$d2 = [\text{Ln} (C-D^*)/M.Co) + (r - 0.5\sigma^2) T] / \sigma \sqrt{T} \text{ ou } d2 = d1 - \sigma \sqrt{T}$$

avec dans le cas de l'obligation zéro-coupon indexée Accor $M.P = 20800 \text{ F}$
les autres paramètres restant inchangés

Il vient dès lors:

$$V_{\text{option de rachat}} = [(10000/1732.44)(1732.44 - 124.23).N(d1) - 20800.e^{-0.04593*7}.N(d2)]$$

$$V_{\text{option de rachat}} = 9282.92 * N(d1) - 20800.e^{-0.04593*7}.N(d2)$$

$$\text{avec : } d1 = [\text{Ln} (1608.21/3603.48) + (0.04593 + 0.5*0.0560742) 7] / 0.626514 = -0.4612953$$

$$d2 = [\text{Ln} (1608.21/3603.48) + (0.04593 - 0.5*0.0560742) 7] / 0.626514$$

ou

$$d2 = -0.4612953 - 0.626514 = -1.087810$$

$$d1 \text{ et } d2 \text{ conduisant à } N(d1) = 0.322052 \quad \text{et } N(d2) = 0.138178$$

et à:

$$V_{\text{option de rachat}} = [(9282.92*0.322052) - (20800.e^{-0.04593*7}.)(0.138178)]$$

$$= 2989.58 - 2083.88 = \mathbf{905.70 \text{ F}}$$

entraînant dès lors une valeur théorique de l'obligation zéro-coupon indexée sur action (plafonnée au niveau de 208% de son nominal) de:

$$V_{\text{oia plafonnée}} = \mathbf{10165.59 \text{ F} - 905.70 \text{ F} = 9259.89 \text{ F}}$$

se répartissant entre le plancher actuariel de l'opération: 6966.29F

et sa composante optionnelle : 3199.30 - 905.70F = 2293.60F

§3 l'évaluation du coût de l'emprunt obligataire indexé sur action selon l'approche 'optionnelle'

C'est à partir de ces données qu'il est désormais possible de calculer le coût du capital associé à l'émission indexée sur action: à la valeur nue de l'obligation en to est associé le coût de la dette classique k_d et à la valeur du quasi-droit de conversion est associé le coût k_w , celui-ci étant évalué à partir de la relation d'équilibre des actifs financiers.

$$\text{soit } k_w = \text{tsr} + [E(r_M) - \text{tsr}] \cdot \beta_w$$

avec β_w le degré de risque systématique associé au quasi-droit de conversion

Une des caractéristiques toutefois d'un tel quasi-droit de conversion est d'avoir un risque systématique (β_w) supérieur à celui d'une action ordinaire (β_a). On peut assimiler ce levier associé au quasi-droit de conversion à l'expression suivante:

$$L = [dW/W] / [dC/C]$$

ou encore à

$$L = [dW/dC] \cdot [C/W]$$

Rappelons que la valeur d'un droit de conversion traditionnel est:

$$W = [1/\eta] \cdot [N/(N+n')] \cdot [(C-D^*) \cdot N(d1) - Ex \cdot e^{-rT} \cdot N(d2)]$$

et celle du quasi-droit de souscription analysé précédemment

$$W = [(P/Co) \cdot (C-D^*) \cdot N(d1)] - [m \cdot P \cdot e^{-rT} \cdot N(d2)]$$

Dans le cas présent, compte-tenu de l'absence de création d'actions nouvelles dans le cas d'une émission indexée sur action, le coefficient de dilution n'apparaît plus; par ailleurs la dérivée de W (la valeur du quasi-droit de conversion) par rapport à C (le cours de l'action) n'est autre que

$$dW/dC = [P/Co] \cdot [N(d1)]$$

il est possible de réécrire le levier L de l'option de la façon suivante:

$$L = [P/Co] \cdot [N(d1)] \cdot [C/W]$$

Dès lors on peut approximer le niveau du risque systématique β_w du bon de souscription d'action en fonction du risque systématique β_a de l'action sous-jacente par:

$$\beta_w = [P/Co] \cdot [N(d1)] \cdot (C/W) \cdot \beta_a$$

Sur la base des données précédentes dans le cadre d'une émission indexée sur action non plafonnée on peut alors estimer β_w à:

$$\beta_w = [10000/1732,44] [(0.76063681) (1732,44 / 3199,30) (1.65)] = 3.9227^9$$

soit environ 4 fois le risque systématique des actions de la société concernée

entraînant un taux de rendement requis par le marché de l'investissement sous cette forme de

$$k_w = 0.035 + 3.9227 [0.12 - 0.035] = 0.035 + 0.333 = 0.369 \text{ soit } 36.9\%^{10}$$

On peut dès lors évaluer le coût pondéré associé à l'obligation indexée sur action que devrait s'imposer la société émettrice, c'est-à-dire un taux suffisant pour d'une part compenser la charge financière associée à la rémunération de la part 'obligataire' de l'émission et d'autre

⁹ ou à 3.316 dans le cas de l'Oia plafonnée avec une composante optionnelle de 2293.6 F

¹⁰ ou 31.7% dans le cas de l'Oia plafonnée

part susceptible d'apporter aux investisseurs sur la part 'valeur optionnelle du quasi-droit ' le taux de rendement requis k_w

c'est-à-dire

$$k_{oia} = k_d \cdot [O/(O+W)] + k_w \cdot [W/(O+W)]$$

soit

$$k_{oia} = (0.047) (6966,29/10165,59) + 0.369(3199,30/10165,59) = 0.0322 + 0.1161 = 0.1483 \text{ soit } \mathbf{14.83 \%}^{11}$$

Notons toutefois que dans cette estimation il n'a pas été tenu compte par contre du taux d'imposition des sociétés et la déductibilité des intérêts payés par la société sur la composante 'obligataire' de l'obligation convertible ainsi que des frais d'émission de l'emprunt ni des frais de service financier de l'emprunt (coupons et remboursement) ni de l'incidence fiscale de ces frais .

La prise en compte du taux d'imposition des sociétés(50%),se traduisant par un allègement de la charge financière associée à la composante obligataire conduirait à:

$$k_{oia} = (0.5)(0.047) (6966,29/10165,59) + 0.369(3199,30/10165,59) = 0.0161 + 0.1161 = 0.1322 \text{ soit } \mathbf{13.22 \%}^{12}$$

A supposer que ces frais d'émission soient de 2% du produit de l'émission et les frais annuel de service financier 'coupons' et 'remboursements' de 0.10% des montants versés ceci équivaldrait approximativement à une augmentation de même ordre du coût associé à la composante obligataire soit 4.796% au lieu de 4.70% fournissant une nouvelle estimation de $k_{obsa} = (0.5)(0.04796)(6966,29/10165,59) + 0.369(3199,30/10165,59) = 0.0164 + 0.1161 = 0.1325$ soit **13.25%**¹³

¹¹ ou 11.39% dans le cas de l'Oia plafonnée

¹² ou 9.62% dans le cas de l'Oia plafonnée

¹³ ou 9.66% dans le cas de l'Oia plafonnée. Notons ,comme on pouvait a priori le présumer , un coût de l'Oia d'autant plus faible qu'il y a plafonnement de l'indexation du prix de remboursement et que ce niveau de plafonnement est lui même bas.

Section 2 Caractéristiques et Evaluation et coût des obligations indexées sur indice boursier

Ce type d'obligations a été émis pour la première fois par les sociétés françaises au début des années quatre-vingt-dix¹⁴ : il s'agissait alors d'émissions lancées sur le marché euro-obligataire (marché de l'Euro-franc) , et d'émissions dont l'index de référence était l'indice CAC 40 (Floral, Société Générale , Société Nord-Est).Notons plus récemment sur ce même marché international l'émission CLARINS.

C'est à partir de 1992 que l'on voit ce type d'émissions sur le marché domestique français à l'initiative du Crédit Agricole, de la Caisse Centrale des Banques Populaires et du CCF , exemples suivis depuis par quelques émetteurs bancaires.(Banque Indosuez, Caisse Autonome de Refinancement, BNP, Cie Bancaire, Caisse Centrale des Caisses d'Epargne, Crédit Local...)A ce jour peu de sociétés du secteur industriel ou commercial ont par contre émis des emprunts de ce type .La seule émission à ce jour est celle de CLARINS sur le marché de l'euro-franc.

§1 Caractéristiques des obligations indexées sur indice boursier

Quelques exemples d'émissions obligataires indexées sur indice boursier

Emetteurs	date	nombre de titres	Montant en Mds de francs	Maturité	Coupon annuel	borne minimale du prix de remboursement du titre (en % du nominal)	borne supérieure du prix de remboursement du titre (en % du nominal)	indice retenu
Banque Indosuez	1995	43000	0.22081		0%	102.70%		CAC 40
CAR	1995	20000	0.100		0%	100%		CAC 40
Banque Indosuez	1995	36000	0.1854		0%	103.00%		indices asiatiques
C.C.C.E	Juin 96		0.100		2.412 %	100%		CAC 40
BNP	Mar 97		0.100			100%		CAC 40
Commerzbank	Juil 97		0.20358			100%		CAC 40
Credit Local	Nov 97		0.100			100%		CAC 40
Cie Bancaire	Nov 97		0.19955			99.775%		CAC 40
CREDIT SUISSE	Dec		0.200			100%		CAC

¹⁴ le premier emprunt de ce type ayant été lancé en 1985 sur le marché américain par Salomon Brothers

	97							40
CLARINS								

On retrouve ici certaines caractéristiques des émissions précédentes (faibles montants d'émission , prédominance d'obligations à coupon zéro ..) avec toutefois une caractéristique spécifique ,l'absence habituelle de plafond au prix de remboursement du titre ,celui-ci s'alignant sur l'évolution de l'indice choisi.

§2 Evaluation des obligations indexées sur indice boursier

La valeur théorique d'une obligation indexée sur indice boursier (non plafonnée) apparait là encore comme l'addition de deux composantes:

. en premier lieu la valeur de sa composante zéro-coupon, c'est à dire la valeur actuelle des coupons annuels successifs (s'ils existent) et du prix minimal de remboursement de l'obligation en T (se réduisant dans le cas d'une obligation zéro-coupon à ce dernier terme).

. en second lieu la valeur de l'avantage que représente ,pour le porteur de l'obligation indexée sur indice boursier, de pouvoir bénéficier d'un prix de remboursement fonction de l'évolution positive de l'indice choisi

$$\begin{aligned} (R=mP & \quad \text{si } I_T < I_0 & \quad \text{ou} & \quad I_T / I_0 < 1 \\ R= P.(I_T / I_0) & \quad \text{si } I_T > I_0 & \quad \text{ou} & \quad I_T / I_0 > 1 \end{aligned}$$

avec R le prix de remboursement de l'obligation à l'échéance

P le nominal de l'obligation

mP le prix de remboursement minimal de l'obligation (exprimé en % du nominal du titre: par exemple 10000 francs pour un titre dont le nominal est de 10000 francs et dont le prix minimum de remboursement est de m=100% du nominal du titre (cas de l'émission X...) ou 12000 francs pour un titre de même nominal dont le prix de remboursement minimum aurait été de m= 120% du nominal.

I_T la valeur constatée de l'indice retenu à l'échéance finale de l'emprunt

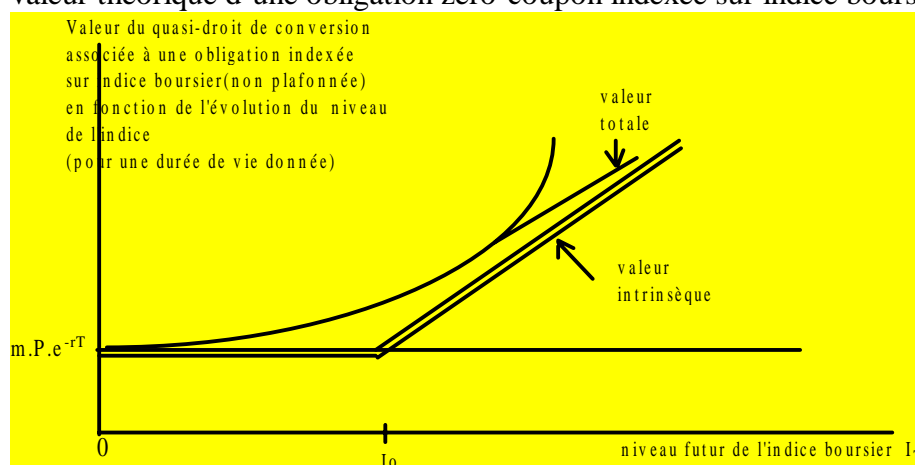
I_0 la valeur de départ de l'indice retenu.

La valeur théorique d'une obligation zéro-coupon indexée sur indice boursier (non plafonnée) peut également être exprimée par:

Voii non plafonnée = plancher actuariel de l'obligation en to + valeur théorique du quasi-droit de conversion.

Graphiquement cette valeur totale de l'obligation zéro-coupon indexée sur indice boursier peu être représentée de la manière suivante:

valeur théorique d'une obligation zéro-coupon indexée sur indice boursier (non plafonnée)



La formule d'évaluation théorique d'une obligation indexée sur indice boursier n'est pas très différente de celle d'une obligation indexée sur action, la seule modification a trait à la base de départ de l'indexation qui est désormais l'indice de référence I_0 au lieu du cours initial de l'action C_0 :

Si nous négligeons pour l'instant les dividendes des titres constituant l'indice il vient:
 Voib non plafonnée = $mP/(1+k_d)^T + [(P/I_0)(I)N(d_1) - mP.e^{-rT}.N(d_2)]^{15}$

avec $d_1 = [\text{Ln} [((P/I_0)(I-D^*) / mP)] + (r+0.5 \sigma^2) T] / \sigma \sqrt{T}$

ou $d_1 = [\text{Ln} [(I-D^*) / m.I_0] + (r+0.5 \sigma^2) T] / \sigma \sqrt{T}$

et $d_2 = [\text{Ln} (I-D^*) / m.I_0 + (r - 0.5 \sigma^2) T] / \sigma \sqrt{T}$ ou $d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$

et par ailleurs:

T la maturité de l'emprunt concerné.

k_d le taux d'actualisation associé à un zéro-coupon de la maturité considérée T pour la société (pouvant être exprimée par le taux zéro-coupon des Oat du gouvernement augmenté de la marge habituellement observée sur le marché pour l'émetteur lors de ses émissions antérieures)

D^* la valeur actualisée des dividendes futurs des valeurs constituant l'indice de référence d'ici la maturité de l'emprunt

r le taux d'intérêt sans risque (continu) d'un placement sans risque de maturité T

σ la volatilité de l'indice de référence

Envisageons le cas de l'émission caractérisée par les éléments suivants:

¹⁵ auxquels éléments il faudrait ajouter dans le cas d'une obligation avec coupons la valeur actualisée au taux k_d des coupons à percevoir d'ici la date d'échéance finale de l'obligation et par ailleurs déduire dans l'hypothèse d'un plafonnement de l'indexation au niveau MP la valeur de l'option de rachat du titre par la société émettrice

$$V_{\text{option de rachat}} = [(P/I_0)(I-D^*).N(d_1) - M.P.e^{-rT}.N(d_2)]$$

avec : $d_1 = [\text{Ln} (I-D^*) / M.I_0 + (r + 0.5 \sigma^2) T] / \sigma \sqrt{T}$

$$d_2 = [\text{Ln} (I-D^*) / M.I_0 + (r - 0.5 \sigma^2) T] / \sigma \sqrt{T} \text{ ou } d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

Montant émis: 0.600 milliards de francs
 Nombre de titres émis: 600 000
 Nominal d'un titre: 10000 francs
 Prix d'émission: 5000 francs
 maturité de l'obligation: 7 ans
 type de l'émission: zéro-coupon avec remboursement in fine
 prix de remboursement minimum: 106% du nominal soit 10600 francs
 plafond de remboursement: néant
 indice de référence: CAC40 valeur de référence le : 2100
 $kd = \text{taux Oat}(7 \text{ ans}) + 0.60\% = 4.70\% + 0.60\% = 5.30\%$

Sur ces bases la valeur théorique de l'obligation correspondante serait:

$$Voib = [10600 / (1.053)^7] + [((10000/2100)(2100 - D^*) \cdot N(d1)) - (10600 \cdot e^{-0.04593 \cdot 7} \cdot N(d2))]$$

$$\text{avec } d1 = [\text{Ln}((2100)/2226) + (0.04593 + 0.5 \sigma^2) \cdot 7] / 2,64575 \cdot \sigma$$

$$\text{et } d2 = d1 - 2,64575 \cdot \sigma$$

Nous avons besoin pour aller plus loin dans le calcul d'évaluer D^* et σ dans un premier temps . puis $d1$ et $d2$, et enfin $N(d1)$ et $N(d2)$

- *La prise en compte des dividendes distribués (D^*)*

Dans le cadre de l'évaluation d'une obligation indexée sur action à D^* correspondait la valeur actualisée des dividendes annuels servis par l'émetteur d'ici l'échéance finale de l'emprunt; Ici il s'agit de tenir compte des dividendes annuels servis d'ici l'échéance finale de l'emprunt par l'ensemble des sociétés appartenant à l'indice de référence, ces versements ayant un effet sur le comportement de l'indice tout à fait similaire à celui constaté sur le cours d'une action (au facteur de pondération près).Un moyen de traiter le problème pourrait être de déduire du niveau de l'indice I le montant actualisé des dividendes futurs anticipés des valeurs pondérés par leurs poids respectifs w_i dans l'indice .Toutefois à cette approche relativement laborieuse, car nécessitant un suivi rigoureux des valeurs constituant l'indice, on peut substituer une approche plus expéditive s'appuyant sur une estimation moyenne du taux de rendement moyen (dividende annuel /cours de bourse) de ces sociétés appartenant à l'indice: celui-ci évolue d'une année sur l'autre entre 2% et 3% .Si nous retenons $d=2.5\%$ ¹⁶ comme estimation de ce taux de rendement annuel moyen sur l'indice à attendre d'ici l'échéance finale de l'emprunt ,et supposons stable ce taux de rendement moyen sur toute la période et si nous choisissons k_r comme taux d'actualisation de ces dividendes distribués , alors¹⁷ on peut tenir compte de cette distribution de dividendes en remplaçant dans la formule précédente I par $I \cdot e^{-d \cdot T}$ en taux continu¹⁸ ou à $I / (1+d)^T$ en termes de taux périodique ., soit dans cette dernière éventualité

$$I \text{ corrigé des dividendes} = I / (1+d)^T = 2100 / (1.025)^7 = 1766,66$$

¹⁶ ou 2, en taux d'intérêt continu

¹⁷ pour la démonstration de ce qui suit se reporter à:

Alain GALESNE et Paul SALMON Les OPA-OPE de Promodès et Rallye sur Casino: analyse d'un cas d'école (Septembre 1997/Février 1998) CAHIERS DE RECHERCHES EN GESTION DES ENTREPRISES (CEREFIA), N° XXXVIII, Mars 1998, pp.93-94

¹⁸

- l'estimation de la volatilité de l'indice de référence

Nous supposons ici que la volatilité de cet indice CAC40 est de 0.20¹⁹

Dès lors

$$\begin{aligned} d1 &= [\text{Ln}(1766,66/2226) + (0,04593 + 0,5 \cdot 0,04) \cdot 7] / 2,64575 \cdot 0,20 = \\ &= [\text{Ln}(0,7936477) + (0,46151)] / 0,52915 = \\ &= [-0,23112 + 0,46151] / 0,52915 = 0,23039 / 0,52915 = 0,43540 \end{aligned}$$

et

$$d2 = 0,43540 - 0,52915 = -0,09375$$

conduisant à : $N(d1) = 0,66858$ et à $N(d2) = 0,4624$

Voib peut dès lors être estimée à :

$$\begin{aligned} \text{Voib} &= [10600 / (1,053)^7] + [((10000/2100)(1766,66) \cdot 0,66858) - (10600 \cdot e^{-0,04593 \cdot 7} \cdot 0,4624)] \\ &= 7384,27 + [5624,54 - 3551,81] = 7384,27 + 2072,73 = \mathbf{9457 \text{ francs}} \end{aligned}$$

dans le cadre des hypothèses retenues

§3 Estimation du coût d'une émission indexée sur indice boursier selon l'approche optionnelle

C'est à partir de ces données qu'il est désormais possible de calculer le coût du capital associé à l'émission indexée sur indice boursier: à la valeur nue de l'obligation en to est associé le coût de la dette classique k_d et à la valeur du quasi-droit de conversion est associé le coût k_w , celui-ci étant évalué à partir de la relation d'équilibre des actifs financiers.

$$\text{soit } k_w = \text{tsr} + [E(r_M) - \text{tsr}] \cdot \beta_w$$

avec β_w le degré de risque systématique associé au quasi-droit de conversion associé à l'obligation indexée sur indice boursier

Une des caractéristiques toutefois d'un tel quasi-droit de conversion est là encore d'avoir un risque systématique (β_w) supérieur à celui de l'indice lui-même (β_p). On peut assimiler ce levier associé au quasi-droit de conversion dans le cadre de l'émission indexée sur indice boursier à l'expression suivante:

$$L = [dW/W] / [dI/I]$$

ou encore à

$$L = [dW/dI] \cdot [I/W]$$

¹⁹ cette volatilité ayant évolué de 15.5%(en 1993) à 19.6%(en 1991)avec une moyenne sur l'ensemble de la période 1991-1995 de 17.8% (G. de NARCY Obligations convertibles ,Encyclopédie des marchés financiers vol.2 ,ECONOMICA 1997,p.1321

Rappelons qu'elle était la valeur du quasi-droit de conversion dans le cas analysé précédemment

$$W = [(P/I_0) \cdot (I - D^*) \cdot N(d_1)] - [m \cdot P \cdot e^{-rT} \cdot N(d_2)]$$

Dans le cas présent, la dérivée de W (la valeur du quasi-droit de conversion) par rapport à I (le niveau de l'indice boursier) n'est autre que

$$dW/dI = [P/I_0] \cdot [N(d_1)]$$

il est possible de réécrire le levier L de l'option de la façon suivante:

$$L = [P/I_0] \cdot [N(d_1)] \cdot [I/W]$$

Dès lors on peut approximer le niveau du risque systématique β_w du bon de souscription en fonction du risque systématique β_p du portefeuille des actions constituant l'indice par:

$$\beta_w = [P/I_0] \cdot [N(d_1)] \cdot (I/W) \cdot \beta_p$$

Sur la base des données précédentes dans le cadre d'une émission indexée sur indice boursier (non plafonnée) on peut alors estimer β_w à:

$$\beta_w = [10000/2100] [(0.66858) (2100/2072,73) (1.00)] = 3.2256$$

soit un peu plus de 3 fois le risque systématique de l'indice de référence concerné

entraînant un taux de rendement requis par le marché de l'investissement sous forme d'acquisition d'un droit de souscription de

$$k_w = 0.035 + 3.2256 [0.12 - 0.035] = 0.035 + 0.274 = 0.309 \text{ soit } 30.9\%$$

On peut dès lors évaluer le coût pondéré associé à l'émission indexée sur indice que devrait s'imposer la société émettrice, un taux suffisant pour compenser la charge financière associée à la rémunération de la part 'obligataire' de l'émission et d'autre part permettre d'apporter aux investisseurs sur la part 'valeur optionnelle du quasi-droit de conversion' le taux de rendement requis k_w

c'est-à-dire

$$k_{oia} = k_d \cdot [O/(O+W)] + k_w \cdot [W/(O+W)]$$

soit

$$k_{oia} = (0.047) (7384,27/9457) + 0.309(2072,73/9457) = 0.0367 + 0.0677 = 0.1044 \text{ soit } \mathbf{10.44\%}$$

Notons toutefois que là encore dans cette estimation il n'a pas été tenu compte par contre du taux d'imposition des sociétés et la déductibilité des intérêts payés par la société sur la composante 'obligataire' de l'obligation convertible ainsi que des frais d'émission de l'emprunt ni des frais de service financier de l'emprunt (coupons et remboursement) ni de l'incidence fiscale de ces frais.

La prise en compte du taux d'imposition des sociétés(50%),se traduisant par un allègement de la charge financière associée à la composante obligataire conduirait à:

$$k_{oib} = (0.5)(0.047) (7384,27/9457) + 0.309 (2072,73/ 9457)=0.0183+0.0677=0.0860$$

soit **8.60 %**

A supposer que ces frais d'émission soient de 2% du produit de l'émission et les frais annuel de service financier 'coupons' et 'remboursements' de 0.10% des montants versés ceci équivaldrait approximativement à une augmentation de même ordre du coût associé à la composante obligataire soit 4.796% au lieu de 4.70% fournissant une nouvelle estimation de

$$k_{oib} = (0.5)(0.04796)(7384,27/9457) + 0.309 (2072,73/ 9457)=0.0187+0.0677=0.0864$$

soit **8.64%**

Toutes choses restant égales par ailleurs on observe que le coût d' une émission obligataire indexée sur indice boursier est plus faible que celui d'une émission indexée sur action en raison notamment d'une plus faible volatilité de l'indice²⁰ . Cet écart favorable à l'émission indexée sur indice boursier est encore plus grand lorsque le beta de l'émetteur est lui-même très sensiblement supérieur à celui du marché pris dans son ensemble.

²⁰ élément pouvant expliquer la rareté des émissions indexées sur indice avec plafonnement du prix de remboursement

Bibliographie

B.Jacquillat et M.Levasseur L'Evaluation d'un nouveau produit financier :les emprunts indexés sur l'indice CAC,CAHIERS DU CEREG,n°87-02,Université de Paris-IX,1987

N. Beiner ,H.Loubergé et B.Schlaffer Les Options sur indice: Présentation générale ,CAHIERS DU DEPARTEMENT D'ECONOMIE POLITIQUE n°91-02 1991 Uiversité de Genève

N.Brenner ,G.Courtadon et M.Subrahmanyam The Valuation of stock Index options,working paper n° 414 March 1987 Salomon brothers Center for the Study of Financial Institutions,New-York,New York University

S.Figlewski Arbitrage Based Pricing of Stock Index Options, REVIEW OF FUTURES MARKETS, Spring 1988

H.Loubergé Options sur indices boursiers et options sur contrats à terme d'indices boursiers, Encyclopédie des Marchés financiers, Paris: Economica 1997, Vol.2,pp.1438-1455