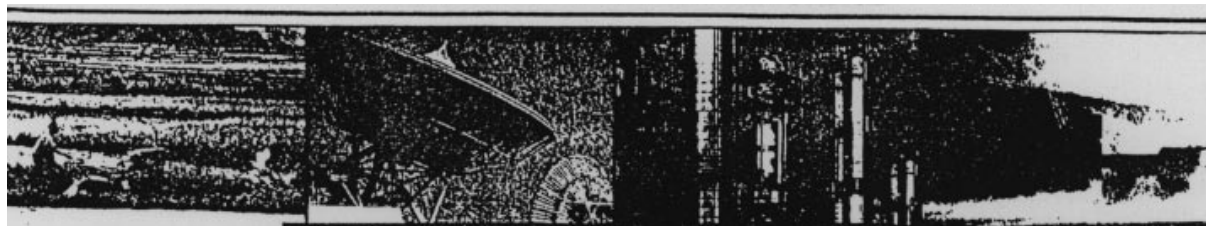


Section 2 LE COUT EXPLICITE D'UN EMPRUNT OBLIGATAIRE CLASSIQUE

Envisageons le cas d'une récente émission de la CAISSE FRANCAISE DE DEVELOPPEMENT lancée en Janvier 1995 , dont le prospectus est présenté ci-après:



EMPRUNTS JANVIER 1995

La Caisse Française de Développement émet deux emprunts garantis par l'Etat.

Emprunt obligataire à 12 ans et à taux fixe de 500 millions de francs.

Forme : Emprunt obligataire pris ferme par un groupe d'établissements dirigé par la Caisse des Dépôts et Consignations.

Montant : 500 millions de francs, représenté par 100.000 obligations de 5.000 francs nominal.

Taux d'intérêt : 8,25 %, soit un coupon de F 412,50 par obligation, payable le 30 janvier de chaque année et pour la première fois le 30 janvier 1996.

Date de jouissance et de règlement : le 30 janvier 1995.

Prix d'émission : 99,84 %, soit F 4.992,00 par obligation.

Amortissement : Remboursement au pair, in fine le 30 janvier 2007.

Durée : 12 ans.

Taux de rendement actuariel brut au moment du règlement : 8,27 %.

Amortissement anticipé : Possible par rachat en bourse, OPA et OPE.

Cotation : Les obligations feront l'objet d'une demande d'admission à la Cote Officielle (Bourse de Paris).

Aider au développement, c'est aller partout où les pays ont besoin de moyens pour leur croissance économique. C'est pour cela que la zone d'intervention de la Caisse Française de Développement a été récemment étendue.

Du Vietnam au Maroc, du Sénégal à l'Afrique du Sud, nous finançons dans plus de 70 pays l'industrie, l'agriculture, les transports, l'énergie électrique, les télécommunications.

En souscrivant aux emprunts de la Caisse Française de Développement, vous lui donnez les moyens de remplir sa mission.

Les émissions domestiques de la CFD sont garanties par l'Etat et ses émissions internationales bénéficient d'un triple A décerné par Standard & Poor's.

Emprunt obligataire à 10 ans et à taux fixe de 500 millions de francs.

Forme : Emprunt obligataire pris ferme par un groupe d'établissements dirigé par la Caisse des Dépôts et Consignations.

Montant : 500 millions de francs, représenté par 100.000 obligations de 5.000 francs nominal.

Assimilation : Ces obligations seront assimilées à celles de l'emprunt de la Caisse Française de Développement 8,60 % février 2005, le 10 février 1995 après paiement du coupon.

Taux d'intérêt : 8,60 %, soit un coupon de F 430 par obligation, payable le 10 février de chaque année et pour la première fois le 10 février 1996. Exceptionnellement, le premier intérêt payable le 10 février 1995 s'élèvera à 0,2592 %, soit F 12,96 par titre.

Date de jouissance et de règlement : le 30 janvier 1995.

Prix d'émission : 102,61 %, soit F 5.130,50 par obligation.

Amortissement : Remboursement au pair, in fine le 10 février 2005.

Durée : 10 ans et 11 jours.

Taux de rendement actuariel brut au moment du règlement : 8,21 %.

Amortissement anticipé : Possible par rachat en bourse, OPA et OPE.

Cotation : Les obligations feront l'objet d'une demande d'admission à la Cote Officielle (Bourse de Paris).



CAISSE FRANÇAISE DE DEVELOPPEMENT

Une note d'opération (visa COB n° 95-013 du 11 01 95) est mise gratuitement à la disposition du public au siège de la Caisse Française de Développement, 35, rue Boissy-d'Anglas, 75008 PARIS, et auprès des établissements chargés du paiement, BALO du 16 janvier 1995

Outre les caractéristiques de cette émission (montant, durée, taux d'intérêt nominal, mode d'amortissement ...) on note ici une référence à un taux actuariel brut à l'émission égal à 8.27%. A ce taux actuariel brut correspond ici le taux de rentabilité avant prise en compte de sa fiscalité personnelle que tirerait de son placement un souscripteur qui aurait souscrit la totalité de l'emprunt et qui le conserverait jusqu'à l'échéance de celui-ci. Ce *taux actuariel brut souscripteur* est d'ailleurs l'un des éléments d'information devant obligatoirement faire l'objet de publication.

Notons toutefois que le coût explicite d'un emprunt obligataire, dont nous recherchons l'évaluation en vue d'effectuer la mesure du coût du capital de l'entreprise, n'est pas le taux actuariel brut souscripteur (l'objectif de l'entreprise, dans le cas présent, n'est pas tant d'évaluer la rentabilité apportée aux épargnants¹ que le coût qu'entraînera pour elle cette émission), mais le taux actuariel émetteur net d'impôt, intégrant notamment toutes les charges associées à l'émission et pendant toute la durée de vie de l'emprunt ... et tenant compte de l'éventuelle déductibilité fiscale de ces dernières.

C'est au passage du taux actuariel brut *souscripteur* au taux actuariel *émetteur* net d'impôt que nous allons nous intéresser dans un premier temps. Nous nous intéresserons ensuite au problème de la fiabilité du taux actuariel émetteur comme mesure du coût effectif d'un emprunt obligataire.

1- du taux actuariel brut souscripteur au taux actuariel émetteur net d'impôt

° Le taux actuariel brut souscripteur

Dans l'exemple de l'emprunt obligataire classique émis par la CFD le taux actuariel brut de l'émission est le taux r tel que:

$$4992 = \frac{412.50}{(1+r)^1} + \frac{412.50}{(1+r)^2} + \frac{412.50}{(1+r)^3} + \dots + \frac{412.50}{(1+r)^9} + \frac{412.50}{(1+r)^{10}} + \frac{412.50}{(1+r)^{11}} + \frac{412.50}{(1+r)^{12}} + \frac{5000}{(1+r)^{12}}$$

Au terme de gauche de l'expression correspond la mise de fonds par le souscripteur par titre souscrit: il s'agit du nominal du titre déduction faite de l'éventuelle prime d'émission qui lui a été consentie.

Dans la partie droite de l'expression sont individualisés tous les flux qui seront perçus d'ici l'échéance finale de l'emprunt par le souscripteur au titre de cet emprunt obligataire In Fine: les coupons annuels d'intérêt (412.50F par titre chaque année²) et au terme de l'emprunt le nominal du titre éventuellement augmenté d'une prime de remboursement, ici un total de 5000 francs.

Quant au taux actuariel brut souscripteur c'est le taux r pour lequel la valeur actualisée des flux à attendre par le souscripteur de son placement est égale à sa mise de départ. Dans le cas présent le taux r correspond à 8.27% légèrement supérieur au taux d'intérêt nominal de l'emprunt, l'excédent étant imputable à l'existence de la prime d'émission de 8 francs par titre.

Plus généralement, si l'on retient pour le calcul du Taux actuariel brut souscripteur l'ensemble des flux associés à la totalité de l'emprunt et si l'on élargit l'analyse à l'ensemble des procédures d'amortissement on peut exprimer ce taux comme le taux r pour lequel:

¹ même si elle ne peut s'en désintéresser

² ici 8.25% du nominal 5000F = 412.50F

$$E_0 = N_0 - PE_0 = \sum_{t=1}^T [(i.RD_{t-1} + R_t + PR_t) / (1+r)^t]$$

avec E_0 = le montant net perçu par l'émetteur

N_0 = le montant nominal de l'emprunt

PE_0 = le montant global de la prime d'émission

i = le taux d'intérêt nominal

R_t = le montant des remboursements en capital

RD_t = le montant restant dû à l'échéance t , compte-tenu du plan d'amortissement
($RD_t = RD_{t-1} - R_t$)

PR_t = le montant de l'éventuelle prime de remboursement

° le taux actuariel brut émetteur

Pour une entreprise la mise en place d'une émission obligataire est une opération lourde et relativement peu fréquente; en conséquence une société désireuse de faire appel au marché va s'adjoindre la collaboration d'une banque conseil (banque chef de file) plus au fait de l'évolution des pratiques du marché, chef de file qui prendra en charge la réalisation matérielle de l'opération (formalités et démarches légales, constitution du syndicat de placement,³ constitution du syndicat de garantie, publicité de l'émission et ultérieurement, une fois l'opération achevée, qui en assurera le suivi administratif (paiement des coupons, amortissement des titres conformément aux engagements pris par l'émetteur...)

Une émission obligataire s'accompagne dès lors de débours grevant d'autant le coût final de l'opération: des frais d'émission tout d'abord, des frais de gestion ensuite.

* les frais associés à l'appel au marché (frais d'émission)

- *les commissions bancaires* versées au consortium de banques participant à la mise sur le marché de l'émission obligataire

. la commission de direction ou de chef de file dont bénéficie la banque chef de file assumant le rôle de chef d'orchestre de l'opération (0.25% par exemple du nominal émis)

. la commission de placement ou de guichet dont bénéficient l'ensemble des établissements concourant au placement des titres auprès du public par l'intermédiaire de leurs guichets (0.65% par exemple du nominal)

. la commission de garantie ou de prise ferme (0.90% par exemple du nominal émis) rémunérant la prise de risque des banques participant au syndicat de garantie qui garantit à la société la bonne fin de l'opération, c'est-à-dire que les banques participant au syndicat de garantie ont pris l'engagement de souscrire elles-mêmes les titres invendus si d'aventure une telle situation se présentait.

- *les frais de publicité de l'emprunt*, variable d'une émission à l'autre selon la taille de l'émission envisagée et l'ampleur de la campagne de publicité retenue par l'emprunteur (frais de publicité légale exclusivement ou accompagnés d'une campagne de publicité commerciale pour faciliter une bonne souscription de l'emprunt).

³ ou gestion du livre d'ordres dans le cadre de la procédure de 'book building'

- et la redevance COB (depuis un décret de Février 1994) correspondant à 0.015% du montant émis de l'émission et la redevance SBF lors de l'admission à la cote de l'emprunt nouvellement émis⁴

Nous supposons ici que ces frais de publicité de l'emprunt augmentés des redevances COB et SBF au temps t_0 représentent l'équivalent de 0.20% du nominal de l'émission.

* les frais de gestion de l'emprunt

Il s'agit essentiellement des *frais de service financier de l'emprunt* rémunérant la banque chef de file assurant le back-office de l'émission pour le service que représente l'activité administrative associée au paiement des coupons annuels (*frais de service financier de paiement des coupons*) ou à la procédure de remboursement des titres (*frais de service financier de remboursement de l'emprunt*). Supposons que dans le cas présent ces frais de service financier représentent respectivement 0.10% du montant annuel des coupons payés (frais de service financier 'coupons') et 0.10% du montant annuel des remboursements effectués (frais de service financier 'remboursement')

* les autres frais associés éventuellement à l'émission

L'emprunt obligataire, une fois émis, sera coté tout au long de sa durée de vie à la cote des obligations: liée à cette cotation est l'obligation de payer chaque année un *abonnement annuel à la Société des Bourses françaises (SBF)*, dont le montant dépend de l'encours global coté des titres de la société⁵. Nous ferons ici l'hypothèse que le nouvel emprunt ne se traduit pas par une augmentation de l'abonnement annuel payé par la société à la SBF au titre de ses emprunts cotés.

Sur la base des frais ci-dessus le taux actuariel brut émetteur serait le taux r tel que:

$$4892^6 = 412.9125/(1+r)^1 + 412.9125/(1+r)^2 + \dots + 412.9125/(1+r)^{12} + 5005/(1+r)^{12}$$

ou plus généralement

$$E_0 = N_0 - PE_0 - F_0 = \sum_{t=1}^T [(i.RD_{t-1} + FSC_t + R_t + PR_t + FSR_t)/(1+r)^t]$$

avec:

F_0 = le montant des frais d'émission de l'emprunt en t_0

FSC_t = le montant des frais de service financier de l'emprunt (au titre des coupons)

FSR_t = le montant des frais de service financier de l'emprunt (au titre des remboursements)

⁴ 25000 F jusqu'à 100 millions de francs auxquels s'ajoutent une partie variable si le montant inscrit est supérieur à 100 millions (

+0.050 pour mille du supplément entre 100 et 500 millions

+ 0.025 pour mille du supplément au-delà de 500 millions)

⁵ à l'heure actuelle

10 000 francs annuellement pour un encours inférieur à 1 milliard de francs

25 000 francs annuellement pour un encours compris entre 1 et 5 milliards

50 000 francs annuellement pour un encours compris entre 5 et 10 milliards

100 000 francs annuellement pour un encours se situant au-delà de 10 milliards

⁶ $4992 - 100 = 4892$

ou encore sous la forme équivalente suivante

$$E_0 = N_0 - PE_0 - F_0 = \frac{\sum_{t=1}^T (i.RD_{t-1} + FS_t + R_t + PR_t)(1+r)^{T-t}}{(1+r)^T}$$

avec $FS_t = FSC_t + FSR_t$

conduisant à un taux actuariel brut émetteur de $r=8.56\%$ au lieu du 8.27% précédent.

° le taux actuariel émetteur net d'impôt

Les frais d'émission et de gestion étant déductibles du résultat imposable de la société, il convient de réintégrer au calcul du taux actuariel l'économie d'impôt dont bénéficiera la société au titre de ces charges⁷. Dès lors, si nous prenions comme hypothèse un taux de l'i.s. de 50% , le taux actuariel émetteur de l'émission précédente serait le taux r tel que:⁸

$$4942^9 = 206.45625/(1+r)^1 + 206.45625/(1+r)^2 + \dots + 206.45625/(1+r)^{12} + 5002.5/(1+r)^{12}$$

soit $r = 4.26\%$ net d'impôt

ou plus généralement

$$E_0 = N_0 - PE_0 - (1-\pi)F_0 = \sum_{t=1}^T [(1-\pi)(i.RD_{t-1} + FS_t) + R_t + PR_t] / (1+r)^t$$

avec π le taux de l'impôt sur les sociétés

Un tel calcul du taux actuariel émetteur net d'impôt peut être effectué de la même manière qu'antérieurement on avait calculé le taux interne de rendement d'un projet d'investissement¹⁰; soit par itérations successives, soit par la méthode de Newton; un tel calcul peut paraître fastidieux. Pour éviter cet inconvénient on peut aussi avoir recours à un logiciel spécialisé. Représentatif de ce type de logiciels est le logiciel Arbitre développé au sein du

⁷ nous ferons ici l'hypothèse que la société est bénéficiaire et est redevable du paiement de l'I.S.

⁸ Pour l'examen des différentes façons de comptabiliser les frais d'émission et leur traitement fiscal lire: Y.BERNHEIM Comment comptabiliser les frais d'émission d'emprunt? ,OPTION FINANCE,n°550,31 Mai 1999 Nous avons quant à nous retenu ,dans l'exemple précédent retenu l'option ouverte aux sociétés de comptabiliser immédiatement les frais concernés parmi les charges de l'exercice. Une autre solution aurait été de répartir ces frais d'émission sur la durée de l'emprunt. Il conviendrait si l'on optait pour cette seconde solution de modifier en conséquence l'expression du taux actuariel net d'impôts.

⁹ $4992 - (1-0.50) \times 100 = 4942$

¹⁰ une première différence étant qu'à la place d'une sortie initiale de trésorerie (la dépense d'investissement) on a affaire ici à une rentrée d'argent; une seconde différence étant qu'à la place de la valeur actualisée au taux r des rentrées nettes de trésorerie du projet sur sa durée de vie, on a ici une valeur actualisée au même taux r des sorties de trésorerie correspondant à la rémunération de l'émission et à son remboursement.

Cerfia de l'Université de Rennes par F.Huitorel et L.Chapdelaine¹¹, qui, avec les données de l'émission obligataire classique précédente nous conduirait à la série des écrans suivants:

Exemple de calcul d'un taux de rendement actuariel par ARBITRE

Données

SAISIE D'UN EMPRUNT OBLIGATAIRE

Montant Nominal	500000000 F	Durée	: 12 ans	Taux	8.25 %
Pair	: 5 000 F	Prime Emission/obl.	8 F	Prime Remboursement/obl.	0 F
Type Emprunt	: FIXE	Spread	: 0.00 %	Intitulé taux	:
Type Amortissement	: IN FINE	Différé	: 11 ans	Taux IS	: 50.00 %
Zéro Coupon	: N	Amortissement Anticipé	: N	Montant	: 0 F
Montant	: 0 F	année Prévue	: 0	Frais d'émission	:
Commission de Direction	: 0.25 %	Commission de Garantie	: 0.90 %	Commission de Placement	: 0.65 %
Frais d'émission non bancaires	: 0.20 %	Coupons	: 0.10 %	Remboursements	: 0.10 %
Evolution de la devise sur la période	:	Cours début	: 0.00	Cours fin	: 0.00
Rachat en bourse	:	Intitulé	: CFD95	Décote sur nominal	:

Calcul du taux actuariel émetteur net d'impôt

Détail du calcul du taux actuariel brut

Nominal	: 500 000 000 F	- C. Direction	: 1 250 000 F
- C. Garantie	: 4 500 000 F	- C. Placement	: 3 250 000 F
- F. non bancaires	: 1 000 000 F	Prime Emission	: 800 000 F
Total	: 494 200 000 F	TAB	= 4.26 %

20 645 625 F	+	20 645 625 F	+	20 645 625 F	+	20 645 625 F
1.0426		1.0870		1.1333		1.1815
20 645 625 F	+	20 645 625 F	+	20 645 625 F	+	20 645 625 F
1.2318		1.2843		1.3389		1.3960
20 645 625 F	+	20 645 625 F	+	20 645 625 F	+	520 895 625 F
1.4554		1.5174		1.5820		1.6493

Ecran 3 : Utiliser les flèches pour changer et ESC pour retourner au menu

2- Quid d'une autre façon d'évaluer le coût explicite associé à un emprunt obligataire: du Taux actuariel au Taux actuariel intégré ?

¹¹ pour un descriptif du logiciel ARBITRE se reporter au site Internet du Cerfia à l'adresse suivante: <http://www.eco.univ-rennes1.fr/cerfia/logiciels/Arbitre>

Nous avons vu précédemment que le mode de calcul du taux actuariel associé à un emprunt obligataire était tout à fait similaire à celui du taux interne de rendement d'un projet d'investissement; or lors de l'analyse de la rentabilité des projets d'investissement nous avons montré que ,en raison d'une hypothèse implicite et irréaliste des rentrées nettes de trésorerie des projets ,le choix du Taux interne de rendement pour l'évaluation d'un projet ,n'était pas le plus judicieux ,et qu'il était préférable de lui substituer un nouvel instrument qualifié de Taux interne de rendement intégré¹² faisant appel à une hypothèse explicite de réinvestissement des rentrées nettes de trésorerie à un taux r_s choisi par l'entreprise.

Le taux actuariel intégré est pour une source de financement l'équivalent du Tiri pour un projet d'investissement , à la différence que lors de l'évaluation du coût d'une source de financement on se réfèrera non à une hypothèse de réinvestissement des cashflows tout au long de la durée de l'opération mais à une hypothèse de refinancement des cashflows sur cette même durée de vie. A titre d'exemple , si l'on prend en exemple le Taux actuariel brut émetteur de l'exemple précédent (pour simplifier) on peut observer que ce taux actuariel brut émetteur calculé précédemment, r tel que:

$$E_0 = N_0 - PE_0 - F_0 = \sum_{t=1}^T [(i.RD_{t-1} + FSC_t + R_t + PR_t + FSR_t) / (1+r)^t]$$

peut également s'exprimer sous la forme équivalente suivante¹³

r tel que :

$$E_0 = N_0 - PE_0 - F_0 = \frac{\sum_{t=1}^T (i.RD_{t-1} + FS_t + R_t + PR_t)(1+r)^{T-t}}{(1+r)^T}$$

deux présentations aboutissant à la même estimation du taux actuariel brut émetteur de l'émission: $r=8.56\%$

La seconde présentation a toutefois l'avantage de mettre clairement en évidence *la nature de l'hypothèse de refinancement* associée au Taux actuariel brut émetteur r : celui-ci suppose que chacun des flux annuels fait l'objet d'un *refinancement au même taux r* sur toute la durée restant à courir entre la date de paiement initial du flux et la date T de l'échéance finale de l'emprunt.

Dès lors pour que le taux actuariel brut émetteur de 8.56% puisse être considéré comme une estimation fiable du coût actuariel de la source de refinancement concernée , il faudrait également faire l'hypothèse que chacun des flux sera également refinancé au même taux de 8.56% tout au long de la durée de vie de l'emprunt. Ceci supposerait toutefois

soit que l'on fasse l'hypothèse d'une structure à terme des taux d'intérêt plate et stable sur toute la durée de l'emprunt

soit que l'on accepte l'idée d'une structure à terme des taux d'intérêt non plate, mais telle que le double mouvement des taux d'intérêt d'un terme à l'autre sur la courbe des taux et de l'évolution dans le temps de la courbe des taux elle-même soit tel qu'au final le taux de refinancement soit stable d'une année sur l'autre.

¹² pour une analyse des caractéristiques du Taux interne de rendement intégré se reporter à:

Alain GALESNE Le Choix des Investissements dans l'Entreprise, CEREFIA: 1996

¹³ équivalent à multiplier le second terme de l'équation précédente par $(1+r)^T / (1+r)^T$, l'avantage de cette nouvelle présentation étant de mettre en évidence l'hypothèse de refinancement implicite des flux de trésorerie associée au mode de calcul du taux actuariel de l'emprunt.

Si l'on avait des raisons de croire que l'une et/ou l'autre de ces deux hypothèses n'étaient pas crédibles, cela voudrait dire que l'identité de l'hypothèse de refinancement et du taux actuariel brut ne serait plus acceptable et il conviendrait alors pour obtenir le vrai coût actuariel de l'emprunt d'intégrer dans le calcul de ce coût actuariel l'estimation que l'on se fait de l'évolution future des taux d'intérêt sur toute la durée de l'emprunt.

C'est à cette situation que correspond le concept de Taux actuariel brut intégré. Ce Taux actuariel brut intégré est, sous sa forme la plus simple¹⁴, le taux r' tel que :

$$E_0 = N_0 - PE_0 - F_0 = \frac{\sum_{t=1}^T (i.RD_{t-1} + FS_t + R_t + PR_t)(1+r_f)^{T-t}}{(1+r')^T} = \frac{\sum_{t=1}^T (F_t)(1+r_f)^{T-t}}{(1+r')^T}$$

avec N_0 le nominal de l'emprunt

PE_0 l'éventuelle prime d'émission associée à l'emprunt

F_0 les éventuels frais d'émission

F_t l'annuité à refinancer l'année t (intérêts +remboursement du capital+ éventuelle prime de remboursement+ éventuels frais de service financier de l'emprunt) pour $t=1,2,3,\dots,T$ et r_f le taux correspondant à l'hypothèse de refinancement sur le marché¹⁵ dans l'hypothèse où l'on suppose un taux de refinancement moyen et stable sur l'ensemble de la période.

exemple chiffré: avec $r_f = 8.00\%$ constant sur la période de référence (avec ici r_f correspondant à un refinancement sur le marché domestique)

$$i = 8.25\%$$

$$N_0 = 500 \text{ millions de francs}$$

$$PE_0 = 8 \text{ F/titre, soit } 0.8 \text{ million de francs}$$

$$F_0 = 2.00\% \text{ du montant nominal de l'émission, soit } 10 \text{ millions de francs}$$

$$E_0 = N_0 - PE_0 - F_0 = 489.2 \text{ millions de francs}$$

$$FSC_t = 0.10\% \text{ du montant des coupons d'intérêt}$$

$$FSR_t = 0.10\% \text{ du montant des remboursements}$$

$$PR_{12} = 0$$

	[1]	[2]	[3]
	Ft (en millions de francs)	$(1+r_f)^{T-t}$	[1]x [2]
1	$1.001*0.0825*500 = 41.29125$	$(1.080)^{11} = 2.33164$	96,27633
2	$1.001*0.0825*500 = 41.29125$	$(1.080)^{10} = 2.15892$	89,14451
3	$1.001*0.0825*500 = 41.29125$	$(1.080)^9 = 1.99900$	82,54121
4	$1.001*0.0825*500 = 41.29125$	$(1.080)^8 = 1.85093$	76,42721
5	$1.001*0.0825*500 = 41.29125$	$(1.080)^7 = 1.71382$	70,76577
6	$1.001*0.0825*500 = 41.29125$	$(1.080)^6 = 1.58687$	65,52385
7	$1.001*0.0825*500 = 41.29125$	$(1.080)^5 = 1.46933$	60,67047
8	$1.001*0.0825*500 = 41.29125$	$(1.080)^4 = 1.36049$	56,17633

¹⁴ correspondant à un niveau de r_s stable tout au long de la durée de vie de l'emprunt obligataire

¹⁵ pour une discussion des problèmes d'évaluation du r_f se reporter à F.HUITOREL et L.CHAPDELAINE L'arbitrage entre les moyens de financement à long terme d'une entreprise: proposition d'un logiciel ,RENNES:Mémoire de DESS Finance d'Entreprise ,Décembre 1991 (notamment les pages 35-44)

9	$1.001 \cdot 0.0825 \cdot 500 = 41.29125$	$(1.080)^3 = 1.25971$	52.01500
10	$1.001 \cdot 0.0825 \cdot 500 = 41.29125$	$(1.080)^2 = 1.16640$	48,16211
11	$1.001 \cdot 0.0825 \cdot 500 = 41.29125$	$(1.080)^1 = 1.08000$	44.59455
12	$41,29125 + 1.001 \cdot 500 = 541.79125$	$(1.080)^0 = 1.00000$	541.79125
		total	18.97711
			1284 ,08859

r' est le taux tel que $489.2 (1+r)^{12} = 1284.09$ c'est-à-dire $r' = 8.37\%$

c'est-à-dire un taux r' inférieur à 8.56% compte-tenu du fait que $r_f = 8\%$ est lui-même inférieur à 8.56%. Pour un taux $r_f > 8.56\%$ nous aurions obtenu à l'inverse un taux r' supérieur à 8.56% .

L'utilisation d'Arbitre ,dans le cadre de cette hypothèse de stabilité des taux futurs au niveau de 8.00% nous aurait conduit à :

Annuités		Avec hypothèse de refinancement	
Refinancées		Taux actuariel intégré 8.37 %	
96	276 289 F		
89	144 712 F		
82	541 400 F		
76	427 222 F		
70	765 946 F		
65	524 024 F		
60	670 393 F		
56	176 290 F		
52	015 083 F		
48	162 114 F		
44	594 550 F		
541	791 250 F		
			Taux actuariel 8.56 %

Ecran 2 : Utiliser les flèches pour changer et ESC pour retourner au menu

c'est-à-dire ,bien évidemment ,au même taux de 8.37%

Que se passe t-il si l'on fait désormais l'hypothèse ,plus réaliste, que le taux correspondant à l'hypothèse de refinancement r_f varie d'une année à l'autre , r_{f1} pour la 1ère année , r_{f2} pour la 2ème année ...etc... : dans ce cas nous pouvons formaliser le refinancement entraîné sur toute la période pour la 1ère annuité par:

$$REF_1 = F_1 \cdot r_{f1} + F_1 \cdot (r_{f1})(1+r_{f2}) + \dots + F_1 \cdot (r_{f1})(1+r_{f2}) \dots (1+r_{f_{T-1}})$$

ou plus généralement pour le refinancement de la $t^{\text{ème}}$ annuité

$$REF_t = F_t \cdot r_{ft} + F_t \cdot (r_{ft})(1+r_{ft+1}) + \dots + F_t \cdot (r_{ft})(1+r_{ft+1}) \dots (1+r_{f_{T-1}})$$

la somme de tous les refinancements de $t=1$ à $t=T-1$ étant égale à: $\sum_{t=1}^{T-1} REF_t$ ¹⁶

¹⁶ de $t=1$ à $t=T-1$ seulement puisque le flux de l'échéance T c'est-à-dire F_T n'est pas refinancé.

Au total des refinancements il convient d'ajouter la somme des flux refinancés ,c'est-à-dire tous les flux générés par l'emprunt aux diverses échéances ,soit: $\sum_{t=1}^T F_t$

C'est ce total $\sum_{t=1}^{T-1} REF_t + \sum_{t=1}^T F_t$ qui va , dans l'expression du TABI précédente, remplacer $\sum_{t=1}^T (F_t)(1+r_f)^{T-t}$

conduisant dans ce cas à une nouvelle formule du TABI égale à:

$$E_0 = N_0 - PE_0 - F_0 = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} REF_t + \sum_{t=1}^T F_t}{(1+r')^T} \quad \text{avec} \quad \sum_{t=1}^{T-1} REF_t = f(\text{rf}_1, \text{rf}_2, \text{rf}_3, \dots, \text{rf}_{T-1})$$

exemple chiffré

A supposer que l'on anticipe l'évolution future des taux

rf ₁ = 8.00%	rf ₅ =8.20%	rf ₉ =8.60%
rf ₂ =8.00%	rf ₆ =8.20%	rf ₁₀ =8.60%
rf ₃ =8.00%	rf ₇ =8.40%	rf ₁₁ =8.60%
rf ₄ =8.00 %	rf ₈ =8.40%	rf ₁₂ =8.80%

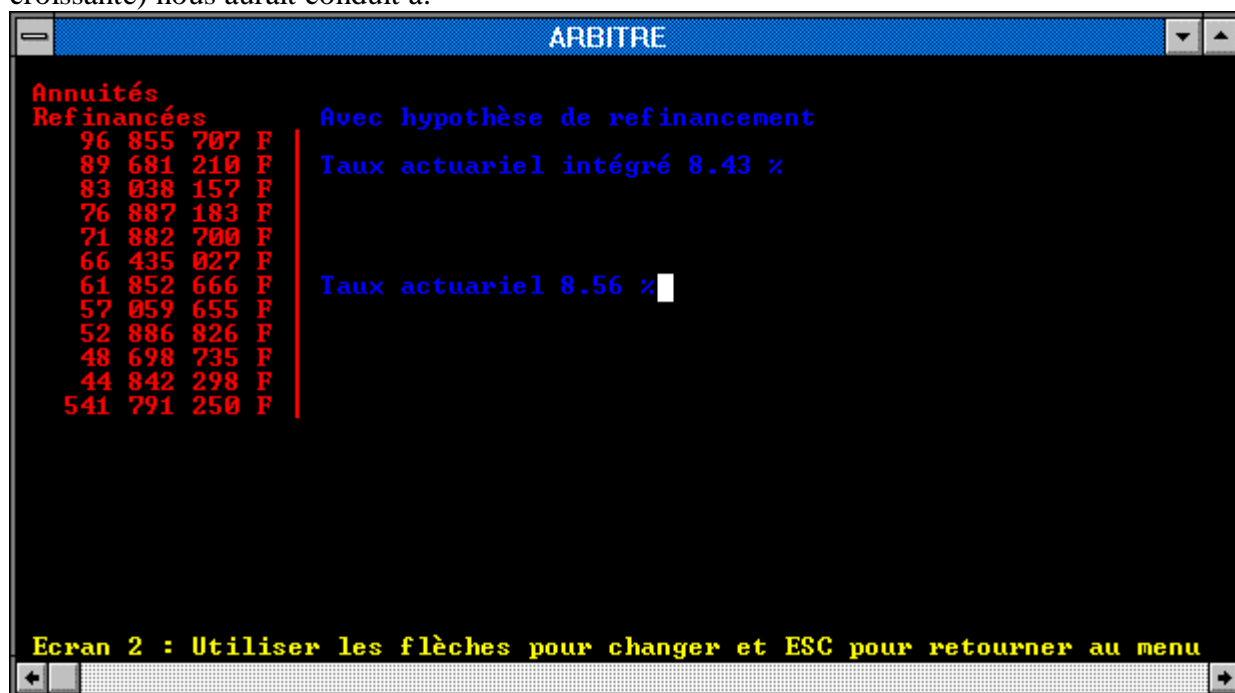
il viendrait:

	[1]	[2]	[3]	[4]
	F _t	rf _t +rf _t (1+rf _{t+1})+...+rf _t (1+rf _{t+1})(1+rf _{t+2})...(1+rf _{T-1})	REF _t [1] x [2]	annuités refinancées [1]+ [3]
1	41.29125	1.3457	55.56564	96.85689
2	41.29125	1.1718	48.38509	89.67634
3	41.29125	1.0111	41.74958	83.04083
4	41.29125	0.8622	35.60132	76.89257
5	41.29125	0.7409	30.59269	71.88394
6	41.29125	0.6089	25.14224	66,43349
7	41.29125	0.4980	20.56304	61.85429
8	41.29125	0.3819	15.76913	57,06038
9	41.29125	0.2808	11.59458	52.88583
10	41.29125	0.1794	7.40765	48,69890
11	41.29125	0.0860	3.55105	44.84230
12	541.79125		-	541.79125
$\sum_{t=1}^{12} F_t =$	985,99500	$\sum_{t=1}^{T-1} REF_t =$	295,92201	TOTAL $\sum_{t=1}^{12} F_t + \sum_{t=1}^{T-1} REF_t$ =1291.91701

le taux recherché serait alors le taux r' tel que:

$489,20(1+r')^{12} = 1291.92$ c'est-à-dire **r' = 8.43%** contre 8.37% précédemment (structure plate au niveau 8.00%)

L'utilisation du logiciel Arbitre dans le cadre de l'hypothèse précédente (structure de taux croissante) nous aurait conduit à:



The screenshot shows a window titled "ARBITRE" with a black background and red and blue text. The text is as follows:

Annuités			Avec hypothèse de refinancement	
Refinancées			Taux actuariel intégré 8.43 %	
96	855	707 F		
89	681	210 F		
83	038	157 F		
76	887	183 F		
71	882	700 F		
66	435	027 F		
61	852	666 F	Taux actuariel 8.56 %	
57	059	655 F		
52	886	826 F		
48	698	735 F		
44	842	298 F		
541	791	250 F		

At the bottom of the window, there is a yellow text prompt: "Ecran 2 : Utiliser les flèches pour changer et ESC pour retourner au menu".

Détail des calculs intermédiaires(évaluation de $rf_t+rf_t(1+rf_{t+1})+..+rf_t(1+rf_{t+1})(1+rf_{t+2})..(1+rf_{T-1})$)

rf1	1+rf2	1+ rf3	1+rf4	1+rf5	1+rf6	1+rf7	1+rf8	1+ rf9	1+rf10	1+ rf1	total
	1.080	1.080	1.080	1.082	1.082	1.084	1.084	1.086	1.086	1.086	
0.08	0.0864	0.0933	0.1008	0.1090	0.1180	0.1279	0.1386	0.1506	0.1635	0.1776	1.3457

rf2		1+rf3	1+rf4	1+rf5	1+rf6	1+rf7	1+rf8	1+rf9	1+rf10	1+rf11	
		1.080	1.080	1.082	1.082	1.084	1.084	1.086	1.086	1.086	
0.08		0.0864	0.0933	0.1010	0.1092	0.1184	0.1283	0.1394	0.1514	0.1644	1.1718

rf3			1+rf4	1+rf5	1+rf6	1+rf7	1+rf8	1+rf9	1+rf10	1+rf11	
			1.080	1.082	1.082	1.084	1.084	1.086	1.086	1.086	
0.08			0.0864	0.0935	0.1012	0.1096	0.1189	0.1291	0.1402	0.1522	1.0111

rf4				1+rf5	1+rf6	1+rf7	1+rf8	1+rf9	1+rf10	1+rf11	
				1.082	1.082	1.084	1.084	1.086	1.086	1.086	
0.08				0.0866	0.0937	0.1015	0.1101	0.1195	0.1298	0.1410	0.8622

rf5					1+rf6	1+rf7	1+rf8	1+rf9	1+rf10	1+rf11	
					1.082	1.084	1.084	1.086	1.086	1.086	
0.082					0.0887	0.0962	0.1043	0.1132	0.1230	0.1335	0.7409

rf6						1+rf7	1+rf8	1+rf9	1+rf10	1+rf11	
						1.084	1.084	1.086	1.086	1.086	
0.082						0.0889	0.0964	0.1046	0.1136	0.1234	0.6089

rf7							1+rf8	1+rf9	1+rf10	1+rf11	
							1.084	1.086	1.086	1.086	
0.084							0.0911	0.0989	0.1074	0.1166	0.4980

rf8								1+rf9	1+rf10	1+rf11	
								1.086	1.086	1.086	
0.084								0.0912	0.0991	0.1076	0.3819

rf9									1+rf10	1+rf11	
									1.086	1.086	
0.086									0.0934	0.1014	0.2808

rf10										1+rf11	
										1.086	
0.086										0.0934	0.1794

rf11											
0.086											0.0860

TOTAL 7.1667

La prise en compte de la structure des taux à terme croissante nous aurait conduit dans l'exemple précédent à une augmentation du taux actuariel brut émetteur de l'ordre de 6 points de base. La faiblesse de la différence, dans l'exemple concerné, pourrait conduire certains à considérer qu'elle ne justifie pas la mise en oeuvre de calculs qui s'avèrent relativement compliqués, plus compliqués tout au moins que ceux associés au calcul classique du taux actuariel brut habituellement utilisé. Néanmoins la différence entre les deux estimations peut être plus profonde lorsque la courbe des taux à terme prévisionnelle est plus pentue (dans un sens positif ou négatif). Notre sentiment est qu'il est toujours préférable de calculer *et* le Tab et *le* Tabi et en cas de différence prononcée entre les deux de toujours privilégier l'usage du Tabi, celui-ci donnant une meilleure appréciation que le Tab du véritable coût actuariel émetteur de l'émission considérée.

Pour présenter concrètement les modalités de calcul du Tabi, pour des raisons de simplicité, nous avons précédemment retenu le Taux actuariel brut émetteur sans tenir compte de la fiscalité des sociétés. Pour évaluer le vrai coût pour l'entreprise de l'émission considérée il conviendrait de retenir, comme nous l'avons précisé précédemment, le taux actuariel intégré émetteur net d'impôt. Dans le cas présent ce taux actuariel émetteur net d'impôts de l'émission obligataire classique CFD pourrait être estimé, sur la base d'un taux d'i.s. de 50% à respectivement 4.26% et 4.22% pour les Tab et Tabi.

calcul du taux actuariel intégré émetteur net d'impôt

The screenshot shows a DOS window with the following content:

```

Commandes MS-DOS
Annuités
Refinancées      Avec hypothèse de refinancement
 31 837 336 F      Taux actuariel intégré 4.22 %
 30 612 823 F
 29 435 407 F
 28 303 276 F
 27 372 447 F
 26 294 377 F      Taux actuariel 4.26 %
 25 366 748 F
 24 344 288 F
 23 425 073 F
 22 459 323 F
 21 533 387 F
 520 895 625 F
Ecran 2 : Utiliser les flèches pour changer et ESC pour retourner au menu
  
```

Nous venons d'envisager l'analyse du coût explicite de deux sources de financement relevant de la catégorie des fonds empruntés: Il ne s'agit toutefois là que de l'une des multiples composantes du calcul du coût du capital d'une entreprise. Venons en maintenant à la seconde de ces composantes, à savoir le coût implicite des capitaux propres traditionnels.

Bibliographie

A.GALESNE Manuel d'utilisation du logiciel ARBITRE ,disponible à l'adresse suivante:
<http://www.eco.univ-rennes1.fr/cerefia/logiciels/Arbitre>

F.HUITOREL et L.CHAPDELAIN L'arbitrage entre les moyens de financement à long terme d'une entreprise: proposition d'un logiciel , RENNES: Mémoire de DESS Finance d'Entreprise ,Décembre 1991

Y.BERNHEIM Comment comptabiliser les frais d'émission d'emprunt? , OPTION FINANCE, n°550, 31 Mai 1999,p.45