

## ° l'évaluation de la valeur théorique d'une Obsa et du coût du capital associé à une Obsa selon l'approche actuarielle 'reformulée'

### - l'évaluation de la valeur d'une Obsa selon l'approche reformulée

Rappelons la formulation de l'évaluation actuarielle d'une obsa

$$V_{\text{obsa}} = \sum_{t=1}^T [(q_t \cdot R_t + p_t \cdot V_t) / (1+k_d)^t] + \sum_{t=1}^T s_t \cdot p'_t [E_t / (1+k_r)^t - PE_t / (1+k_d)^t]$$

On peut transformer cette dernière en:

$$V_{\text{obsa}} = \sum_{t=1}^T [(q_t \cdot R_t + p_t \cdot V_t) / (1+k_d)^t] - \sum_{t=1}^T s_t \cdot p'_t PE_t / (1+r)^t + \sum_{t=1}^T s_t \cdot p'_t [E_t / (1+k_r)^t]$$

La formule 'reformulée' s'en déduit directement:

$$V_{\text{obsa}} = \sum_{t=1}^T [(q_t \cdot R_t + p_t \cdot V_t) / (1+k_d)^t] - \sum_{t=1}^T s_t \cdot p'_t PE_t / (1+r)^t + \sum_{t=1}^T k_r \cdot \text{CUM}_{t-1} / (1+k_r)^t + \text{CUM}_T / (1+k_r)^T$$

. au premier élément correspond la valeur actualisée au taux  $k_d$  des flux financiers associés à l'obligation initiale, c'est-à-dire à la notion de plancher actuariel de cette dernière

. au second élément correspond le total des sommes encaissées par la société année après année à l'occasion des nouvelles souscriptions<sup>1</sup> actualisées au taux  $r$

. les troisième et quatrième éléments correspondent quant à eux à la valeur actualisée au taux  $k_r$  des flux des rémunérations futures résultant de la création des nouvelles actions lors des souscriptions successives. (avec comme dans le cas précédent une distinction des

<sup>1</sup> nous avons noté antérieurement que lors de l'émission d'obligations convertibles l'entreprise, en cas de conversion, faisait une économie de remboursement de  $c_t \cdot p_t \cdot V_t$ . Dans le cas de l'Obsa l'indépendance des deux titres financiers (l'obligation classique et le bsa) fait que cette économie n'existe plus, l'entreprise était condamnée à rembourser l'intégralité des titres obligataires émis (en supportant donc un débours en trésorerie supplémentaire  $s'_t \cdot p'_t \cdot V_t$  compensé il est vrai par la perception d'une ressource nouvelle, le montant des fonds collectés à l'occasion du versement par les souscripteurs des prix d'émission). La charge supplémentaire  $s'_t \cdot p'_t \cdot V_t$  étant intégrée au plancher actuariel de l'obligation, le produit compensateur issu des émissions nouvelles de titres est identifié au second terme avec un signe négatif. Une autre façon, équivalente, mettant clairement en évidence cette compensation en termes de trésorerie aurait été d'écrire l'expression de la valeur de l'obsa sous la forme de:

$$V_{\text{obsa}} = \sum_{t=1}^T [(q_t \cdot R_t + p_t \cdot V_t - s_t \cdot p'_t \cdot PE_t) / (1+k_d)^t] + \sum_{t=1}^T k_r \cdot \text{CUM}_{t-1} / (1+k_r)^t + \text{CUM}_T / (1+k_r)^T$$

Notons que si  $PE_t$  est égal à  $V_t$  (cas où le prix d'émission de la nouvelle action est égal au prix de remboursement de l'obligation) il y a une stricte compensation entre les deux composantes. Dans le contraire contraire la valeur de  $V_{\text{obsa}}$  sera affectée par l'écart existant entre ces deux éléments, d'autant plus basse que l'écart entre le prix d'émission du nouveau titre et le prix de remboursement de l'obligation sera élevé. La conséquence en sera par ailleurs une modification du coût de l'obsa celui-ci étant d'autant plus bas que l'écart entre le prix d'émission de l'action nouvelle et le prix de remboursement de l'obligation sera élevé.

rémunérations futures servies à ces nouvelles actions d'ici la date de maturité T de l'obsa et celles des rémunérations servies de T+1 à t=∞)

- le mode d'estimation du coût du capital associé à une émission d'obsa selon l'approche actuarielle reformulée

Le modèle d'évaluation reformulé du coût d'une obsa est représenté par:  
k<sub>obsa</sub> tel que:

$$[1-(1-\pi)f]Mo = Mi = \sum_{t=1}^T [q_t \cdot (1-\pi)(R_t + fsfc_t) + p_t \cdot (V_t + (1-\pi)fsfr_t)] / (1+k_{obsa})^t - \sum_{t=1}^T s_t \cdot p'_t \cdot PE_t / (1+k_{obsa})^t + \sum_{t=1}^T k_r \cdot CUM_{t-1} / (1+k_{obsa})^t + CUM_T / (1+k_{obsa})^T$$

ou encore :

$$Mi = \sum_{t=1}^T [(q_t \cdot (1-\pi)(R_t + fsfc_t) + p_t \cdot (V_t + (1-\pi)fsfr_t)) - s_t \cdot p'_t \cdot PE_t] / (1+k_{obsa})^t + \sum_{t=1}^T k_r \cdot CUM_{t-1} / (1+k_{obsa})^t + CUM_T / (1+k_{obsa})^T$$

- exemples d'application de la formule reformulée à l'évaluation du coût du capital associé à une émission d'obsa.

Reprenons les émissions dont les caractéristiques ont été présentées précédemment:

\* *le coût du capital associé à une émission d'obsa in fine*

Les flux attendus de cette émission selon l'approche 'reformulée' seront:

Détail des calculs réalisés 200 000 titres émis à 1 000F No=200 000 000 F  
partie obligataire amortissement in fine  
produit net de l'émission 198 000 000 F  
avec π=50%, f=2%, fsfc=0.10% et fsfr=0.10%

t	p <sub>t</sub>	nombre titres amortis	tranche amortie p <sub>t</sub> *V <sub>t</sub> avec V <sub>t</sub> =N <sub>o</sub>	montant remboursé +fsfr	q <sub>t</sub>	q <sub>t</sub> *R <sub>t</sub> avec R <sub>t</sub> =i.N <sub>o</sub> +fsfc	annuité financière 'obligataire'
1	0	0	0	0	1	5 205 200	5 205 200
2	0	0	0	0	1	5 205 200	5 205 200
3	0	0	0	0	1	5 205 200	5 205 200
4	0	0	0	0	1	5 205 200	5 205 200
5	0	0	0	0	1	5 205 200	5 205 200
6	0	0	0	0	1	5 205 200	5 205 200
7	0	0	0	0	1	5 205 200	5 205 200
8	0	0	0	0	1	5 205 200	5 205 200
9	0	0	0	0	1	5 205 200	5 205 200
10	0	0	0	0	1	5 205 200	5 205 200
11	0	0	0	0	1	5 205 200	5 205 200
12	0	0	0	0	1	5 205 200	5 205 200
13	1.00	200 000	200 000 000	200 100 000	1	5 205 200	205 305 200

correspondant aux flux financiers associés à l'emprunt obligataire (coupons + remboursements)

auxquels s'ajoutent les flux financiers liés à la création d'actions nouvelles en fin de 7<sup>ème</sup> année suite à l'exercice des bons de souscription

partie 'augmentation de capital' avec  $v/\eta = 1.0$  200 000 obsa émises ( $n=200\ 000$ )  
pour 1 titre 200 000 bsa émis et potentiellement  
200 000 actions nouvelles à émettre ( $n'=200\ 000$ )

t	$s_t$	$p_t'$	nombre d'actions nouvelles souscrites en t sur la base de $v/\eta=1$ $n'_t$	valeur de marché d'un titre en t $P_t$	prix d'émission des nouvelles actions créées $s_t \cdot p'_t \cdot [PE_t]$ avec $PE_t = n' \cdot pe$ et $pe = 1200F$	valeur de marché capital souscrit $s_t \cdot p'_t \cdot [E_t]$ avec $E_t = n' \cdot P_t$	valeur cumulée du capital souscrit en t $CUM_t$	$k_r \cdot CUM_{t-1}$
1	0	0	0	848		0	0	0
2	0	0	0	943		0	0	0
3	0	0	0	1038		0	0	0
4	0	0	0	1142		0	0	0
5	0	0	0	1256		0	0	0
6	0	0	0	1381		0	0	0
7	1	1.0	200 000	1519	240 000 000	303 800 000	303 800 000	0
8				1670				
9				1837				
10				2021				
11				2223				
12				2445				

avec  $CUM_T = 303\ 800\ 000\ F$

L'application de la formule précédente du coût du capital associé à l'émission d' Obsa précédente nous conduit à:

$k_{obsa}$  tel que: (pour un titre)

$$990 = 26.026/(1+k_{obsa})^1 + \dots + 26.026/(1+k_{obsa})^3 + \dots + 126.076/(1+k_{obsa})^4 + \dots + 102.6526/(1+k_{obsa})^{13} - 1200/(1+k_{obsa})^7 + 0 + 1519/(1+k_{obsa})^7$$

c'est-à-dire

$$990 = 26.026/(1+k_{obsa})^1 + \dots + 26.026/(1+k_{obsa})^3 + \dots + 126.076/(1+k_{obsa})^4 + \dots + 102.6526/(1+k_{obsa})^{13} + 319/(1+k_{obsa})^7$$

soit la même expression chiffrée que dans le modèle actuariel précédent pour l'émission in fine

,conduisant à la même estimation de  $k_{obsa}$

soit  $k_{obsa} = 5.12\%$

\* le coût du capital associé à une émission d'obsa avec amortissement en 10 tranches égales et différé d'amortissement de 3 ans

Détail des calculs réalisés 200 000 titres émis à 1 000F  $N_0=200\ 000\ 000\ F$   
*partie obligataire* différé d'amortissement de 3 ans  
 amortissement par 10 tranches égales

produit net de l'émission 198 000 000 F  
 avec  $\pi=50\%$ ,  $f=2\%$ ,  $fsfc=0.10\%$  et  $fsfr=0.10\%$

année t	$p_t$	nombre titres amortis	tranche amortie $p_t \cdot V_t$ avec $V_t=N_0$	montant remboursé +fsfr	$q_t$	$q_t \cdot R_t$ avec $R_t=i \cdot N_0$	annuité financière 'obligataire'
1	0	0	0		1	5 205 200	5 205 200
2	0	0	0		1	5 205 200	5 205 200
3	0	0	0		1	5 205 200	5 205 200
4	0.10	20 000	20 000 000	20 100 000	1	5 205 200	25 215 200
5	0.10	20 000	20 000 000	20 100 000	0.9	4 684 680	24 694 680
6	0.10	20 000	20 000 000	20 100 000	0.8	4 164 160	24 174 160
7	0.10	20 000	20 000 000	20 100 000	0.7	3 643 640	23 653 640
8	0.10	20 000	20 000 000	20 100 000	0.6	3 123 120	23 133 120
9	0.10	20 000	20 000 000	20 100 000	0.5	2 602 600	22 612 600
10	0.10	20 000	20 000 000	20 100 000	0.4	2 082 080	22 092 080
11	0.10	20 000	20 000 000	20 100 000	0.3	1 561 560	21 571 560
12	0.10	20 000	20 000 000	20 100 000	0.2	1 041 040	21 051 040
13	0.10	20 000	20 000 000	20 100 000	0.1	520 520	20 530 520

correspondant aux flux financiers associés à l'emprunt obligataire (coupons + remboursements)

auxquels s'ajoutent les flux financiers liés à la création d'actions nouvelles en fin de 7ème année suite à l'exercice des bons de souscription

partie 'augmentation de capital' avec  $v/\eta=1.0$  200 000 obsa émises ( $n=200\ 000$ )  
 200 000 bsa émis et potentiellement  
 200 000 actions nouvelles à émettre ( $n'=200\ 000$ )

t	$s_t$	$p_t'$	nombre d'actions nouvelles souscrites en t sur la base de $v/\eta=1$ $n'_t$	valeur de marché d'un titre en t $P_t$	prix d'émission des nouvelles actions créées $s_t \cdot p'_t \cdot [PE_t]$ avec $PE_t=n' \cdot pe$ et $pe=1200F$	valeur de marché de capital souscrit $s_t \cdot p'_t \cdot [E_t]$ avec $E_t=n' \cdot P_t$	valeur cumulée du capital souscrit en t $CUM_t$	$k_r \cdot CUM_{t-1}$
1	0	0	0	848		0	0	0
2	0	0	0	943		0	0	0
3	0	0	0	1038		0	0	0
4	0	0	0	1142		0	0	0
5	0	0	0	1256		0	0	0
6	0	0	0	1381		0	0	0
7	1	1.0	200 000	1519	240 000 000	303 800 000	303 800 000	0
8				1670				
9				1837				
10				2021				
11				2223				
12				2445				

avec  $CUM_T=303\ 800\ 000\ F$

L'application de la formule précédente du coût du capital associé à l'émission d'Obsa précédente nous conduit à:

$k_{\text{obsa}}$  tel que: (pour un titre)

$$990 = 26.026/(1+k_{\text{obsa}})^1 + \dots + 26.026/(1+k_{\text{obsa}})^3 + \dots + 126.076/(1+k_{\text{obsa}})^4 + \dots + 102.6526/(1+k_{\text{obsa}})^{13} - 1200/(1+k_{\text{obsa}})^7 + 0 + 1519/(1+k_{\text{obsa}})^7$$

ou encore

$$990 = 26.026/(1+k_{\text{obsa}})^1 + \dots + 26.026/(1+k_{\text{obsa}})^3 + \dots + 126.076/(1+k_{\text{obsa}})^4 + \dots + 102.6526/(1+k_{\text{obsa}})^{13} + 319/(1+k_{\text{obsa}})^7$$

soit  $k_{\text{obsa}} = 6.09\%$

nota bene: nous retrouvons là les caractéristiques observées lors du calcul du coût des obligations convertibles: il y a similitude des coûts lorsque les souscriptions (ou conversions) sont in fine. A l'inverse si l'on avait envisagé une succession de souscriptions (par exemple 33% l'année 5, 33% l'année 6 et 34% l'année 7 nous aurions obtenu comme flux associés à la composante 'action' :

### modèle actuariel classique

partie 'augmentation de capital' avec  $\theta = 1.0$  200 000 obsa émises ( $n=200\ 000$ )  
200 000 bsa émis et potentiellement  
200 000 actions nouvelles à émettre ( $n'=200\ 000$ )

t	$s_t$	$p_t'$	nombre d'actions nouvelles souscrites en t sur la base de $v/\eta=1$ $n'_t$	valeur de marché d'un titre $P_t$	valeur de marché capital souscrit $s_t \cdot p'_t [E_t]$  avec $E_t = n'_t \cdot P_t$	prix d'émission des nouvelles actions créées $s_t \cdot p'_t [PE_t]$ avec $PE_t = n' \cdot pe$ et $pe = 1200F$	gain pour le détenteur de l'obsa en t $s_t \cdot p'_t [E_t - PE_t]$
1	0	0	0	848	0	0	0
2	0	0	0	943	0	0	0
3	0	0	0	1038	0	0	0
4	0	0	0	1142	0	0	0
5	1	0.333	66 666	1256	83 732 496	80 000 000	3 732 496
6	1	0.333	66 667	1381	92 067 127	80 000 000	12 067 127
7	1	0.333	66 667	1519	101 267 173	80 000 000	21 267 173
8				1670			
9				1837			
10				2021			
11				2223			
12				2445			
13							

conduisant pour 1 titre à :

$$990 = 26.026/(1+k_{\text{obsa}})^1 + \dots + 26.026/(1+k_{\text{obsa}})^3 + \dots + 126.076/(1+k_{\text{obsa}})^4 + \dots + 102.6526/(1+k_{\text{obsa}})^{13} + 0.333(56)/(1+k_{\text{obsa}})^5 + 0.333(181)/(1+k_{\text{obsa}})^6 + 0.333(319)/(1+k_{\text{obsa}})^7$$

à  $k_{\text{obsa}} = 4.79\%$  selon la méthode actuarielle traditionnelle-

### méthode actuarielle reformulée

partie 'augmentation de capital' avec  $v/\eta = 1.0.0$  200 000 obsa émises (  $n=200\ 000$  )  
 200 000 bsa émis et potentiellement  
 200 000 actions nouvelles à émettre (  $n'=200\ 000$  )

t	$s_t$	$p_t'$	nombre d'actions nouvelles souscrites en t sur la base de $v/\eta = 1$ $n'_t$	valeur de marché d'un titre en t $P_t$	prix d'émission des nouvelles actions créées $s_t.p'_t.[PE_t]$ avec $PE_t = n'.pe$ et $pe = 1200F$	valeur de marché capital souscrit $s_t.p'_t [ E_t]$ avec $E_t = n'.P_t$	valeur cumulée du capital souscrit en t $CUM_t$	$k_r.CUM_{t-1}$ avec $k_r = 13.275\%$
1	0	0	0	848		0	0	0
2	0	0	0	943		0	0	0
3	0	0	0	1038		0	0	0
4	0	0	0	1142		0	0	0
5	1	0.333	66 666	1256	80 000 000	83 732 496	83 732 496	0
6	1	0.333	66 667	1381	80 000 000	92 067 127	175 799 623	11 115 488
7	1	0.333	66 667	1519	80 000 000	101 267 173	277 066 796	23 337 399
8				1670				
9				1837				
10				2021				
11				2223				
12				2445				

avec  $CUM_7 = 277\ 066\ 796\ F$

entraînant pour 1 titre

$k_{obsa}$  tel que :

$$990 = 26.026/(1+k_{obsa})^1 + \dots + 26.026/(1+k_{obsa})^3 + \dots + 126.076/(1+k_{obsa})^4 + \dots + 102.6526/(1+k_{obsa})^{13} \\ - 400/(1+k_{obsa})^5 - 400/(1+k_{obsa})^6 - 400/(1+k_{obsa})^7 \\ + 55.58/(1+k_{obsa})^6 + 116.69/(1+k_{obsa})^7 \\ + 1385.33/(1+k_{obsa})^7$$

soit  $k_{obsa} = 5.18\%$

on retrouve ici également une sur-rémunération du  $k_{obsa}$  reformulé par rapport au  $k_{obsa}$  actuariel traditionnel

Notons toutefois une spécificité de l'émission d'obsa : à la différence de l'obligation convertible où les amortissements successifs peuvent conduire à des conversions forcées successives, dans le cadre de l'obsa, le fait que les titres soient disjoints, exclut ce risque de conversion forcée. Cela n'exclut pas que dans quelques opérations les souscriptions puissent se faire sur une large plage de la durée de vie du bon de souscription. Toutefois la plupart des analystes considèrent que le détenteur du droit de souscription a toujours intérêt à attendre l'échéance pour procéder à l'exercice des bons qu'il détient.<sup>2</sup> Dès lors il est probable que

<sup>2</sup> Ceci est cohérent avec l'observation de Ingersoll (Ingersoll An Examination of corporate call policies on convertible securities, Journal of Finance, mai 1977 b, pp.463-478) lequel avait montré qu'aux Etats-Unis les sociétés ayant procédé à une conversion forcée l'avaient fait en moyenne à un cours de conversion supérieur de

l'investisseur détenteur des bons de souscription attendra l'échéance pour décider de souscrire ou ne pas souscrire , entraînant de ce fait une quasi-équivalence des méthodes actuarielles classique et 'reformulée ' dans le cas des obsa.

---

44% en moyenne du prix de remboursement. Ceci constitue en outre un argument pour plaider en faveur de la réticence des porteurs d'obligations convertibles à convertir avant l'échéance même lorsque le cours de l'action est très largement supérieur au prix de remboursement de l'obligation .

On peut généraliser le raisonnement au cas des Obsa: ce qui est constaté au niveau des obligations convertibles devrait se retrouver au niveau des Obsa. Une raison supplémentaire peut même être avancée: l'existence d'un marché où sont cotés les bons de souscription : or c'est souvent lorsque le cours de l'action est au niveau du prix d'émission ( $C=Ex$  ) que la valeur temporelle du bon de souscription d'action atteint sur le marché sa valeur la plus élevée. Souscrire à cet instant signifierait un coût pour le souscripteur égal au prix d'émission + la valeur du bon sur le marché (égale alors à sa seule valeur temporelle), soit sensiblement plus que le cours de l'action lui-même. Toute variation supplémentaire positive du cours de l'action aura pour effet d'accroître la valeur intrinsèque du bon et pour des cours de l'action élevés faire tendre la valeur totale du bon vers sa valeur intrinsèque. En d'autres termes on ne voit pas pourquoi le titulaire du bsa exercerait son bon avant la fin de la période d'exercice de celui-ci , pour tirer parti de la différence existante entre  $C$  et  $Ex$  , puisque s'il voulait matérialiser cette différence , il lui suffirait de vendre son bsa sur le marché.

Par contre à l'échéance de celui-ci , ou en cas de conversion forcée , il ne peut que convertir si  $C > Ex$  , car s'il ne le faisait pas il perdrait toute possibilité de matérialiser sa plus-value éventuelle , le bsa perdant toute valeur au lendemain de la date limite de conversion.

En conclusion rien n'incite véritablement le détenteur du bon à procéder à l'exercice de son bon de souscription avant l'échéance de celui-ci .

La conséquence est que devraient être très rares les cas d'obsa dont le bsa ne serait pas exercé in fine ,réduisant d'autant les chances d'estimations disparates du  $k_{obsa}$  entre les deux méthodes actuarielles.