

Section 2 Deux méthodes concurrentes de valorisation d'une obligation convertible

On peut interpréter la valeur théorique d'une obligation convertible (voir graphique précédent) comme l'addition des deux composantes suivantes:

valeur théorique de l'obligation convertible = valeur nue de l'obligation en t_0^1 + valeur du droit de conversion

soit $V_{oc} = \text{plancher actuariel} + B_{oc}$

la première composante étant la valeur d'une obligation classique de mêmes caractéristiques que l'obligation convertible hormis l'existence du droit de conversion

la seconde étant la valeur de l'option implicite d'achat d'action qu'autorise la détention de l'obligation convertible

cette dernière pouvant s'exprimer par sa valeur totale, addition de sa valeur temporelle² et de sa valeur intrinsèque³, valeur totale se confondant quasiment pour les valeurs élevées du cours de l'action avec sa valeur intrinsèque.

valeur totale pouvant être approximativement évaluée

soit, comme toute option d'achat, à l'aide de la formule de Black et Scholes (1973) ou celle de Cox, Ross et Rubinstein⁴ (formule binomiale)

soit à l'aide d'un modèle de type actuariel⁵

deux méthodes conduisant traditionnellement à deux approches concurrentes pour l'évaluation d'une obligation convertible:

- l'approche actuarielle, où outre l'évaluation de la valeur nue de l'obligation en t_0 , le droit de conversion est évalué selon une méthode actuarielle

- l'approche optionnelle, où le droit de conversion est évalué à partir de la théorie des options

1° Evaluation d'une obligation convertible et évaluation du coût du capital d'une émission convertible à partir de l'approche actuarielle.

Nous prendrons ici comme référence le modèle de Dif⁶ avant d'en présenter une version 'reformulée'.

¹ ou plancher actuariel

² valeur de l'obligation convertible - plancher actuariel

³ valeur d'échange - plancher actuariel

⁴ J.C.Cox, S.A.Ross et M.Rubinstein Option Pricing :A simplified Approach, Journal of Financial Economics, volume 7,1979

⁵ pour une présentation de différentes méthodes d'évaluation d'une obligation convertible se reporter à:
J.C.Augros Options et Obligations convertibles, Paris:Economica, 1987 (notamment sa deuxième partie)
J.Dif L'Evaluation des Obligations Convertibles :une méthode simplifiée, CAHIERS DE RECHERCHES EN GESTION DES ENTREPRISES (CEREFIA), n°XXXIV, Juin 1993, pp.127-156 [voir aussi le logiciel BLACONV que ce dernier auteur a écrit à cette fin, dont le manuel d'utilisation est présenté sur le site Internet du Céréfia (<http://www.eco.univ-rennes1.fr/Cerefia/Logiciels/Blaconv>)]

ou encore J.R.Sulzer et Y.Vichet Obligations convertibles: un modèle actuariel d'évaluation, ANALYSE FINANCIERE, n°48, 1er Trimestre 1982, pp.85-95

a) *Evaluation d'une obligation convertible et évaluation du coût du capital d'une émission convertible à partir du modèle de Dif*

- l'évaluation de la valeur d'une obligation convertible à partir du modèle de Dif

J.Dif évalue cette valeur actuarielle d'une obligation convertible par l'expression suivante:

$$V_{oc} = \sum_{t=1}^T [[q_t \cdot R_t + a_t \cdot p_t \cdot V_t] / (1+k_d)^t] + [(1-a_t) \cdot p_t \cdot E_o(1+g)^t] / (1+k_r)^t \quad [I]$$

avec :

T l'échéance finale de l'obligation convertible

q_t la probabilité d'encaissement du coupon en t

R_t le niveau du coupon en t

p_t la probabilité d'amortissement du titre ou de fin de l'emprunt pour une autre cause en t

V_t la valeur de remboursement du titre en t

k_d le taux d'actualisation moyen des emprunts obligataires classiques de même durée et de même classe de risque

E_o la valeur d'échange d'origine de l'obligation convertible (soit $E_o = \theta \cdot P_o$)

avec θ la parité de conversion initiale

et P_o la valeur initiale du cours de l'action

E_t la valeur d'échange en t (avec $E_t = E_o(1+g)^t$)

g le taux de croissance anticipé du dividende et du cours de l'action

k_r le taux de rendement requis de l'action de la société émettrice compte-tenu de son degré de risque

a_t un coefficient prenant une année t donnée une valeur

$a_t = 1$ si $V_t / (1+k_d)^t \geq E_t / (1+k_r)^t$ ou $(1-c_t) = 1$ si $V_t / (1+k_d)^t \geq E_t / (1+k_r)^t$ (pas de conversion)

$a_t = 0$ dans le cas contraire ou $c_t = 1$ dans le cas contraire (conversion totale)

a_t pouvant être interprété comme la proportion attendue des titres amortis en t qui feront l'objet de remboursement

et

c_t comme la proportion attendue des titres amortis en t qui feront l'objet de conversion⁷

Dans l'hypothèse où l'on voudrait privilégier la référence aux coefficients c_t (conversion ou non) plutôt qu'aux coefficients a_t (remboursement ou non) le modèle de Dif pourrait s'exprimer également:

$$V_{oc} = \sum_{t=1}^T [[q_t \cdot R_t + (1-c_t) \cdot p_t \cdot V_t] / (1+k_d)^t] + [c_t \cdot p_t \cdot E_o(1+g)^t] / (1+k_r)^t \quad [II]$$

C'est cette deuxième présentation qui sera retenue dans les développements suivants.

Cette expression précédente peut aussi s'exprimer de la façon suivante:

⁶ J.Dif Un Modèle d'Evaluation des Obligations convertibles ANALYSE FINANCIERE, n° 18 Septembre 1974, pp.81-86

⁷ avec comme hypothèse implicite que tous les obligataires réagiront tous de façon similaire (soit en demandant tous la conversion de leurs titres, soit en demandant tous le remboursement)

$$V_{oc} = \sum_{t=1}^T [[q_t.R_t + (1-c_t). p_t.V_t] / (1+k_d)^t] + [[c_t.p_t.V_t] / (1+k_d)^t] - [[c_t.p_t.V_t] / (1+k_d)^t] \\ + [[c_t.p_t.E_t] / (1+k_r)^t]]$$

$$V_{oc} = \sum_{t=1}^T [(q_t.R_t + p_t.V_t) / (1+k_d)^t] + [[(c_t.p_t.E_t) / (1+k_r)^t] - (c_t.p_t.V_t / (1+k_d)^t)]$$

$$V_{oc} = \sum_{t=1}^T [(q_t.R_t + p_t.V_t) / (1+k_d)^t] + \sum_{t=1}^T c_t.[(p_t.E_t / (1+k_r)^t) - (p_t.V_t / (1+k_d)^t)] \quad [III]$$

Dans l'expression précédente [III] le premier élément n'est autre que l'expression de la valeur nue de l'obligation convertible à l'origine et le second celle de la valeur actuarielle du droit de conversion.

Notons que si nous envisageons le cas d'une obligation convertible qui sur toute sa durée de vie est telle que $V_t / (1+k_d)^t \geq E_t / (1+k_r)^t$ et qui ne donnera donc lieu à *aucune conversion* de titres, c_t sera égal à 0 chacune des années et l'expression précédente se réduira à:

$$V_{oc} = \sum_{t=1}^T [[q_t.R_t + p_t.V_t] / (1+k_d)^t]$$

c'est-à-dire à la *seule évaluation du plancher actuariel de l'obligation convertible*, résultat logique dans ce cas, compte-tenu de la nature strictement obligataire du titre concerné.

Si nous considérons au contraire le cas d'une obligation convertible telle qu'à chaque échéance $V_t / (1+k_d)^t < E_t / (1+k_r)^t$, élément laissant prévoir une *conversion totale* de leurs titres par les souscripteurs, les c_t successifs seront égaux à 1; dans ce cas l'expression précédente deviendra :

$$V_{oc} = \sum_{t=1}^T [q_t.R_t + p_t.V_t] / (1+k_d)^t + [p_t.E_t / (1+k_r)^t - p_t.V_t / (1+k_d)^t] = \sum_{t=1}^T [q_t.R_t + p_t.V_t - p_t.V_t] / \\ (1+k_d)^t + p_t.E_t / (1+k_r)^t]$$

$$V_{oc}^8 = \sum_{t=1}^T [q_t.R_t / (1+k_d)^t + p_t.E_t / (1+k_r)^t]$$

Dans le cas d'une émission convertible avec conversion partielle, c'est la formule générale [III] qui s'appliquera.

Ce qu'il est important de noter ici c'est que la formule de Dif peut être également présentée sous la forme de:

$$V_{oc} = \text{valeur nue de l'obligation convertible en } t^9 + \text{valeur du droit de conversion}$$

⁸ Notons que, dans ce cas particulier d'obligation convertible, celle-ci est assimilable à une Ora (nous aurons l'occasion d'analyser les Ora ultérieurement)

⁹ ou plancher actuariel

au 1er terme correspondant l'expression de la valeur nue $\sum_{t=1}^T [(q_t \cdot R_t + p_t \cdot V_t) / (1+k_d)^t]$

et au second l'expression $B_{oc} = \sum_{t=1}^T c_t \cdot [(p_t \cdot E_t / (1+k_r)^t) - (p_t \cdot V_t / (1+k_d)^t)]$

ce dernier terme correspondant à la valeur actuelle du supplément de richesse apportée à l'investisseur par l'échange potentiel de titres de valeur de marché supérieure au prix de remboursement des titres, en d'autres termes une estimation actuarielle du droit de conversion.

La valeur théorique d'un droit de conversion associé à une émission convertible est habituellement significativement positive¹⁰, entraînant une valeur théorique de l'obligation convertible supérieure à celle d'une obligation classique de mêmes caractéristiques. Ceci entraîne généralement l'acceptation par le souscripteur d'un taux de rendement actuariel de l'emprunt inférieur (-2% à -2.5%) à celui habituellement exigé au même moment d'un emprunt obligataire classique.

- la mesure du coût du capital associé à une obligation convertible à partir du modèle de Dif

Revenons au modèle général de l'équation [II] précédente:

$$V_{oc} = \sum_{t=1}^T [[(q_t \cdot R_t + (1-c_t) \cdot p_t \cdot V_t) / (1+k_d)^t]] + [c_t \cdot p_t \cdot E_o (1+g)^t / (1+k_r)^t]$$

avec :

T l'échéance finale de l'obligation convertible

q_t la probabilité d'encaissement du coupon en t

R_t le niveau du coupon en t

p_t la probabilité d'amortissement du titre ou de fin de l'emprunt pour une autre cause

en t

V_t la valeur de remboursement du titre en t

k_d le taux d'actualisation moyen des emprunts obligataires classiques de même durée et de même classe de risque

E_o la valeur d'échange d'origine de l'obligation convertible (soit $E_o = \theta \cdot P_o$)

avec θ la parité de conversion initiale

et P_o la valeur initiale du cours de l'action

g le taux de croissance anticipé du dividende et du cours de l'action

k_r le taux de rendement requis de l'action de la société émettrice compte-tenu de son degré de risque

c_t un coefficient prenant une année t donnée une valeur

$$c_t = 0 \text{ si } V_t / (1+k_d)^t \geq E_t / (1+k_r)^t$$

$c_t = 1$ dans le cas contraire

On sait que k_{oc} représentatif du coût du capital de l'emprunt convertible sera un taux *composite*, combinaison de k_{ocd} et k_{oca} . L'approche de Dif consiste à considérer comme équivalente à l'équation précédente, celle qui suit: (en remplaçant dans l'expression précédente k_d et k_r par k_{oc} et V_{oc} par M_o le montant net de l'émission)

¹⁰ correspondant à l'espoir du souscripteur de pouvoir convertir ses titres

$$M_0 = \sum_{t=1}^T [[q_t \cdot R_t + (1-c_t) \cdot p_t \cdot V_t] / (1+k_{oc})^t] + [c_t \cdot p_t \cdot E_0(1+g)^t] / (1+k_{oc})^t \quad [\text{II bis}]$$

ou

$$M_0 = \sum_{t=1}^T [[q_t \cdot R_t + p_t \cdot [(1-c_t) \cdot V_t + c_t \cdot E_t]] / (1+k_{oc})^t] \quad \text{puisque } E_t = E_0(1+g)^t \quad [\text{II ter}]$$

ou encore

$$M_0 = \sum_{t=1}^T [[q_t \cdot R_t + p_t \cdot V_t] / (1+k_{oc})^t] + c_t \cdot [p_t \cdot E_0(1+g)^t - p_t \cdot V_t] / (1+k_{oc})^t \quad [\text{III bis}]$$

avec les mêmes significations pour l'ensemble des variables , à la différence près désormais que:

$$\begin{array}{ll} c_t = 0 \text{ si } V_t / (1+k_d)^t \geq E_t (1+k_r)^t & \text{devient} \quad c_t = 0 \text{ si } V_t \geq E_t \text{ (pas de conversion en t)} \\ c_t = 1 \text{ dans le cas contraire} & \text{devient} \quad c_t = 1 \text{ si } V_t < E_t \text{ (conversion totale en t)} \end{array}$$

Pour estimer k_{oc} il suffit dès lors de calculer le taux pour lequel la valeur actuelle de l'ensemble des revenus attendus de l'obligation convertible (partie droite de l'expression ci-dessus) est égale à la valeur de marché de l'obligation convertible.(ou lors du lancement de l'émission le prix d'émission de cette dernière)

Envisageons, dans les mêmes conditions qu'antérieurement, les deux conditions extrêmes que pourra prendre a posteriori l'obligation convertible:

° si la prime par rapport à la valeur nue demeure constamment inférieure à 0 , c'est-à-dire si le droit de conversion apparaît être pratiquement sans valeur (cas correspondant à l'absence de conversion tout au long de la vie de l'emprunt convertible , et donc à des c_t égaux à 0) , on fait face à une valeur de l'obligation convertible se réduisant à la composante 'obligataire'; l'expression devient:

k_{oc} tel que:

$$M_0 = \sum_{t=1}^T [q_t \cdot R_t + p_t \cdot V_t] / (1+k_{oc})^t$$

k_{oc} n'est autre , dans ce cas , que le taux actuariel que nous avons défini antérieurement comme le taux k_{ocd}

° si la prime de conversion disparaît , c'est-à-dire si le cours de l'action évolue si favorablement que l'on puisse compter sur une conversion intégrale des titres émis (cas correspondant à des c_t égaux à 1) , alors l'expression se réduit à :

$$M_0 = \sum_{t=1}^T [q_t \cdot R_t + p_t \cdot E_t] / (1+k_{oc})^t$$

résultat contracté de : (expression III bis)

$$M_0 = \sum_{t=1}^T [q_t \cdot R_t + p_t \cdot V_t - p_t \cdot V_{t-1} + p_t \cdot E_t] / (1+k_{oc})^t$$

k_{oc} , le taux de rendement requis de l'emprunt obligataire convertible, va dépendre ici à la fois des caractéristiques de l'emprunt obligataire (niveau du coupon R_t , conditions d'amortissement de l'emprunt à travers q_t et p_t) et des caractéristiques de l'évolution du cours de l'action de la société émettrice (à travers E_t) et se situera à un niveau plus élevé que k_{ocd} (en raison même d'un prix de conversion plus élevé que le prix de remboursement de l'obligation) et moins élevé que le taux de rendement requis de l'action (en raison de l'assurance d'un revenu garanti, que représentent les coupons de l'obligation convertible pendant les premières années, et du caractère moins risqué de l'obligation convertible par rapport au degré de risque de l'action ordinaire).

À l'extrême si l'on envisage le cas théorique d'un emprunt obligataire amortissable in fine et une conversion quasi-immédiate des obligations convertibles avant même le paiement du premier coupon, l'expression précédente se réduit à sa seule composante action :

$$M_0 = E_t / (1+k_{oc})^t$$

Dans ces conditions le taux k_{oc} qui assure l'équivalence entre la valeur d'origine du titre (prix d'émission) et la valeur d'échange en t n'est autre que le taux de rendement requis par le marché de l'action concernée.

Au total le modèle de Dif conduit bien à l'expression d'un taux k_{oc} se situant entre deux limites : une limite inférieure, le taux actuariel k_{ocd} associé à la seule composante obligataire, une limite supérieure, le taux de rendement requis de l'action de la société émettrice¹¹ et d'une façon générale il équivaut à évaluer le taux k_{oc} d'une obligation convertible par l'une ou l'autre des 2 expressions suivantes :

$$k_{oc} = \alpha k_{ocd} + (1-\alpha) \cdot k_{oca} \quad \text{avec implicitement} \quad 1-\alpha = (k_{oc} - k_{ocd}) / (k_{oca} - k_{ocd})$$

$$\text{et} \quad \alpha = (k_{oca} - k_{oc}) / (k_{oca} - k_{ocd})^{12}$$

$$\text{ou} \quad k_{oc} = k_{ocd} + \Delta [k_{oca} - k_{ocd}] \quad \text{avec} \quad \Delta = (k_{oc} - k_{ocd}) / (k_{oca} - k_{ocd})$$

Concrètement pour évaluer k_{oc} par le modèle de Dif il suffit, connaissant q_t (probabilité de paiement des coupons dépendant des conditions d'amortissement), R_t (le montant des coupons annuels associé pour un taux facial donné au montant emprunté initialement), p_t (les probabilités annuelles d'amortissement de l'emprunt), a_t (les probabilités annuelles de conversion des titres amortis), E_0 le prix de l'action à l'origine et g le taux de croissance annuel anticipé de la valeur d'échange de l'obligation convertible, d'évaluer par itérations successives le taux k_{oc} tel que la valeur actuelle à ce taux k_{oc} des flux de trésorerie associés à

¹¹ dans le cadre du moins des hypothèses simplificatrices que nous avons retenues : absence de dilution liée à la conversion des titres et non prise en considération des frais d'émission de l'augmentation de capital.

¹² avec α la part de dette classique implicitement contenue dans l'emprunt convertible

$1-\alpha$ la part de capitaux propres implicitement contenue dans l'emprunt convertible

k_{ocd} le taux actuariel associé à la composante obligataire dans l'hypothèse d'une absence totale de conversion

k_r le taux de rendement requis des fonds propres

l'émission (intérêts + remboursements des titres + supplément de la valeur d'échange sur le prix de remboursement des titres convertis) soit égale au prix d'émission des titres.

- un exemple de calcul du coût du capital d'une émission convertible par le modèle de Dif : application au cas de la société XYZ

Envisageons le cas suivant :

a) la société émettrice au moment du lancement de l'obligation convertible a les caractéristiques suivantes:

nombre d'actions au capital : 500 000

cours de l'action: 780 F

dernier bénéfice par action connu:48 F(correspondant à un PER égal à 16)

dernier dividende connu : 16F (soit un taux de distribution d'un tiers des bénéfices nets réalisés)

date de versement du dividende :chaque année vers le 15 Juin

taux de croissance annuel anticipé du dividende : 10%

béta de l'action: $\beta_a = 1.15$

b) les caractéristiques de l'émission convertible sont les suivantes:

date de l'émission : 15 octobre 19XX

montant de l'émission:1 milliard de francs

rapport d'émission: 1 obligation convertible pour 5 actions, soit 100 000 titres créés

prix d'émission de l'obligation convertible : 1000 F (émission au pair)

taux d'intérêt nominal de l'obligation convertible :5.25% soit un coupon de 52.50F par titre

parité de conversion : 1 action pour 1 obligation convertible

prix de remboursement de l'obligation en cas de non-conversion: 1000 F (le pair)

procédure d'amortissement: différé d'amortissement de 3 ans , puis amortissement sur 10 ans par tranches égales

c) le taux demandé au même moment par le marché à une émission obligataire classique de mêmes caractéristiques (hormis le droit de conversion) est de 7.50%

le taux d'intérêt sans risque au moment de l'émission est sur le marché de 3.50%

d) hypothèses supplémentaires:

stabilité au niveau actuel du taux de distribution des bénéfices nets (1/3)

stabilité du PER du titre tout au long de la durée de vie de l'obligation convertible au niveau de 16 années de bénéfice: notons incidemment que ceci équivaut à faire l'hypothèse que bénéfices annuels, dividendes annuels et cours du titre évolueront au même rythme de 10% l'an au cours de la période de référence.

Compte-tenu de ces données de départ on peut s'attendre à l'évolution suivante des bpa , dividende et cours théorique de l'action au cours de la période étudié:

Année	bpa	div. versé	div.global(avoir fiscal inclus)	cours théorique
0	48	16	24	780
1	52.80	17.60	26.40	858
2	58.08	19.36	29.04	943

3	63.90	21.30	31.94	1038*
4*	70.29	23.43	35.13	1142
5	77.32	25.77	38.64	1256
6	85.05	28.35	42.51	1381
7	93.55	31.18	46.76	1519
8**	102.90	34.30	51.44	1670
9	113.13	37.73	56.58**	1837
10				
11				
12				
13				

Il apparaît, sur la base de l'évolution anticipée des cours de bourse de l'action, que l'on peut s'attendre à une conversion *totale* des titres amortis dès la *première* tranche d'amortissement effectuée (celle de la 4^{ème} année compte-tenu du différé d'amortissement de 3 ans). Au total c'est à 5 vagues de conversion successives que l'on aura affaire respectivement en fin de 4^{ème}, 5^{ème}, 6^{ème}, 7^{ème} et 8^{ème} année ; cette dernière année tous les titres restant sur le marché feront vraisemblablement l'objet de conversion *spontanée*; ceci se traduira dès lors par une réduction de 5 années de la durée de vie initiale de l'emprunt

° Evaluation de k_{oc} par la formule générale [II bis] de Dif

k_{oc} tel que:

$$M_0 = \sum_{t=1}^T [[q_t \cdot R_t + (1-c_t) \cdot p_t \cdot V_t] / (1+k_{oc})^t] + [c_t \cdot p_t \cdot E_0(1+g)^t] / (1+k_{oc})^t \quad [\text{II bis}]$$

Le tableau suivant présente l'évolution des flux attendus:

$M_0 = 1\ 000\ 000\ 000\ \text{F}$

Détail des calculs réalisés 1 000 000 titres émis à 1 000F $N_0 = 1\ 000\ 000\ 000\ \text{F}$

partie obligataire

différé d'amortissement de 3 ans
amortissement par 10 tranches égales
tranche montant
amortie remboursé

année t	c_t	$1-c_t$	p_t	nombre titres amortis	$p_t \cdot V_t$ avec $V_t = N_0$	$(1-c_t) \cdot p_t \cdot V_t$ avec $V_t = N_0$	q_t	$q_t \cdot R_t$ avec $R_t = i \cdot N_0$	annuité financière 'obligataire',
1	0	1	0	0	0	0	1	52 500 000	52 500 000
2	0	1	0	0	0	0	1	52 500 000	52 500 000
3	0	1	0	0	0	0	1	52 500 000	52 500 000
4	1	0	0.10	100 000	100 000 000	0	1	52 500 000	52 500 000
5	1	0	0.10	100 000	100 000 000	0	0.9	47 250 000	47 250 000
6	1	0	0.10	100 000	100 000 000	0	0.8	42 000 000	42 000 000
7	1	0	0.10	100 000	100 000 000	0	0.7	36 750 000	36 750 000
8	1	0	0.10	100 000	100 000 000	0	0.6	31 500 000	31 500 000
9			0.10						
10			0.10						
11			0.10						

12			0.10					
13			0.10					

auxquels s'ajoutent les flux liés à la conversion des titres

partie 'augmentation de capital'

An née t	c_t	p_t	nombre de titres appelés à l'amortis sement	nombre titres convertis amortis	nombre titres convertis conversio n spontanée	valeur de marché d'un titre en t	valeur marché capital converti $p_t \cdot N_o$ $c_t \cdot p_t \cdot E_o (1+g)^t$	annuité de t totale (oblig.+conv.)
1	0	0	0	0		848	0	52 500 000
2	0	0	0	0		943	0	52 500 000
3	0	0	0	0		1038	0	52 500 000
4	1	0.10	100 000	100 000		1142	114 200 000 ¹³	166 700 000
5	1	0.10	100 000	100 000		1256	125 600 000	172 850 000
6	1	0.10	100 000	100 000		1381	138 100 000	180 100 000
7	1	0.10	100 000	100 000		1519	151 900 000	188 650 000
8	1	0.10	100 000	100 000	500 000	1670	1 002 000 000	1 033 500 000
9		0.10						
10		0.10						
11		0.10						
12		0.10						
13		0.10						

Le taux k_{oc} pour lequel il y a équivalence sur la durée concernée (8 ans) entre la valeur actuelle des flux financiers ci-dessus et le montant de l'émission (1 milliard) est ici : 10.57% se situant bien entre 5.25 %¹⁴ le taux actuariel de l'émission 'tout obligataire' (en l'absence de prise en considération de tout frais d'émission, tout frais de service financier et de la fiscalité) et le taux de rendement requis par le marché des capitaux propres $k_a = k_r$ ¹⁵ lequel serait pour cette société dont le bêta est 1.15

¹³ nous ferons ici l'hypothèse que la conversion des titres est instantanée et attribuée à l'année 4, même si cette conversion se trouve parfois décalée de quelques jours voire de quelques mois compte-tenu du délai légal de réponse de 3 mois et du caractère parfois tardif des réponses des porteurs d'obligations, lesquels attendent les derniers jours du délai qui leur est accordé pour demander la conversion de leurs titres.

Nous ferons en outre l'hypothèse que les porteurs d'obligations amorties et converties bénéficieront du coupon de l'année t de conversion et du dividende de l'année suivante : cette hypothèse a pour conséquence de fournir comme estimation du taux k_{oc} l'estimation la plus défavorable pour la société émettrice (le fait d'envisager la perte du coupon de l'année de conversion pour permettre au souscripteur de bénéficier du prochain dividende se traduirait pour la société par un coût actuariel de 10.31% au lieu de 10.57%)

¹⁴ compte-tenu du fait qu'ici nous avons supposé un titre émis à 1000 et éventuellement remboursable à 1000 sans prime de remboursement

¹⁵ si nous faisons ici abstraction des frais d'émission et de la dilution (technique et financière) habituellement constatés lors d'une augmentation de capital en numéraire. Dans ce cas il y a assimilation entre k_a et k_r le taux de rendement requis de l'action sur le marché. Nous retiendrons cette hypothèse pour simplifier le raisonnement

$k_r = 0.035 + 1.15[0.12-0.035] = 0.13275$ soit 13.275% en première approximation (hors dilution liée à la création des nouveaux titres et hors frais d'émission)

° *Evaluation de k_{oc} par recours à la formule d'évaluation [II ter] de Dif*

Une façon alternative de calculer k_{oc} est en effet de faire appel à l'expression [II ter] suivante:

$$M_0 = \sum_{t=1}^T [[q_t \cdot R_t + p_t \cdot [(1-c_t) \cdot V_t + c_t \cdot E_t] / (1+k_{oc})^t]] \quad \text{avec } E_t = E_0(1+g)^t \quad \text{[II ter]}$$

Le tableau des flux financiers qui lui est associé est le suivant:

ann ée t	c_t [1]	$1-c_t$ [2]	p_t [3]	$(1-c_t) \cdot V_t$ avec $V_t = N_0$ [4]	$c_t \cdot E_t$ [5]	montant remboursé + valeur titres convertis		q_t	$q_t \cdot R_t$ avec $R_t = i \cdot N_0$	annuité financière
						$p_t[(1-c_t) \cdot V_t + c_t \cdot E_t]$ [6]	coupons payés			
1	0	1	0	1 000 000 000	0	0	1	52 500 000	52 500 000	
2	0	1	0	1 000 000 000	0	0	1	52 500 000	52 500 000	
3	0	1	0	1 000 000 000	0	0	1	52 500 000	52 500 000	
4	1	0	0.1	0	114 200 000	114 200 000	1	52 500 000	166 700 000	
5	1	0	0.1	0	125 600 000	125 600 000	0.9	47 250 000	172 850 000	
6	1	0	0.1	0	138 100 000	138 100 000	0.8	42 000 000	180 100 000	
7	1	0	0.1	0	151 900 000	151 900 000	0.7	36 750 000	188 650 000	
8	1	0	0.1	0	1 002 000 000	1 002 000 000	0.6	31 500 000	1 033 500 000	
9			0.1							
10			0.1							
11			0.1							
12			0.1							
13			0.1							

fournissant évidemment, avec les mêmes flux financiers, la même estimation de $k_{oc}=10.57\%$

° *Evaluation de k_{oc} par la formule d'évaluation [III bis] de Dif*

Une troisième façon de calculer k_{oc} est en effet de faire appel à l'expression [III bis]

k_{oc} tel que:

$$M_0 = \sum_{t=1}^T [q_t \cdot R_t + p_t \cdot V_t] / (1+k_{oc})^t + \sum_{t=1}^T [[c_t \cdot [p_t \cdot E_0(1+g)^t - p_t \cdot V_t]] / (1+k_{oc})^t]$$

ou

$$M_0 = \sum_{t=1}^T [q_t \cdot R_t + p_t \cdot V_t] / (1+k_{oc})^t + \sum_{t=1}^T [c_t \cdot [p_t \cdot E_t - p_t \cdot V_t]] / (1+k_{oc})^t \quad \text{[III bis]}$$

Les flux financiers correspondants à cette présentation sont alors les suivants:

année t	c _t	1-c _t	p _t	q _t	q _t *R _t +p _t .V _t avec R _t = i.N ₀ [1]	c _t .p _t .(E _t -V _t) [2]	Annuité financière en t
1	0	1	0	1	52 500 000	0	52 500 000
2	0	1	0	1	52 500 000	0	52 500 000
3	0	1	0	1	52 500 000	0	52 500 000
4	1	0	0.1	1	152 500 000	14 200 000	166 700 000
5	1	0	0.1	0.9	147 250 000	25 600 000	172 850 000
6	1	0	0.1	0.8	142 000 000	38 100 000	180 100 000
7	1	0	0.1	0.7	136 750 000	51 900 000	188 650 000
8	1	0	0.1	0.6	631 500 000*	402 000 000	1 033 500 000
9			0.1				
10			0.1				
11			0.1				
12			0.1				
13			0.1				

*la huitième année ,dernière année de vie de l'emprunt ,est présumé totalement amorti à cette date le solde de l'emprunt (soit 600 000 000) , auxquels s'ajoutent les coupons annuels de l'année 8 (31 500 000)

flux conduisant à la même estimation des flux financiers que précédemment et bien évidemment à la même estimation de k_{oc} que dans les deux cas précédents, c'est-à-dire k_{oc} = 10.57%

Nous avons vu antérieurement que k_{oc} pouvait être interprété comme une moyenne pondérée du type :

$$k_{oc} = k_{ocd} + \Delta (k_{oca} - k_{ocd})$$

dans le cas présent puisque k_{oc} = 10.57%

$$k_{ocd} = 5.25\%$$

$$k_{oca} = 13.275\%$$

cela veut dire que le coefficient implicite représentatif des capitaux propres , dans le modèle de Dif , est:

$$\Delta = (k_{oc} - k_{ocd}) / (k_{oca} - k_{ocd}) = 5.32\% / 8.025\% = 0.663$$

$$\text{et celui des dettes de} \quad = 0.337$$

L'approche de Dif peut être aussi assimilée à la formule suivante :

$$k_{oc} = (0.337) (5.25\%) + (0.663)(13.275\%) = 1.77 + 8.80 = 10.57\%$$

ou

$$k_{oc} = 5.25\% + \Delta[13.275\% - 5.25\%] = 5.25\% + 0.663 (8.025\%) = 5.25\% + 5.32\% = 10.57\%$$

° Appréciation du modèle de Dif

Notons que c'est une appréciation du coût du capital *du point de vue de l'émetteur* dont nous souhaitons disposer ; or il convient de se demander si l'on peut utiliser le modèle précédent pour évaluer le coût d'un emprunt convertible du point de vue de l'émetteur:

- la première contrainte est de prendre en considération *les frais d'émission , les frais de service financier de l'emprunt et la déductibilité fiscale de ces intérêts annuels et frais*: cette contrainte peut être aisément satisfaite : il suffit pour cela de substituer à la formule précédente la nouvelle formule suivante:

$$[1-(1-\pi)f]M_0 = \sum_{t=1}^T [[q_t \cdot (1-\pi)(R_t + fsfc_t) + (1-c_t) \cdot p_t \cdot (V_t + (1-\pi)fsfr_t)] / (1+k_{oc})^t] + [c_t \cdot p_t \cdot E_t / (1+k_{oc})^t] \quad [II]$$

avec π le taux de l'impôt sur les sociétés (par exemple 50%)

f le pourcentage des frais d'émission supportés lors de l'émission (par exemple 2%)

fsfc_t le pourcentage des frais de service financier grevant en t le paiement des coupons (par exemple 0.10% des coupons payés)

fsfr_t le pourcentage des frais de service financier grevant en t les remboursements de titres (par exemple 0.10% des remboursements effectués)

trois nouvelles variables à intégrer dans la partie 'obligataire' de la formule.

Cette prise en considération de ces nouveaux éléments aurait pour effet , du point de vue de l'entreprise émettrice , de réduire le coût de la composante 'obligataire' de l'émission convertible , en la ramenant de 5.25% à 2.79% et globalement de faire baisser le coût du capital de l'émission convertible de 10.57% à 8.52%

correspondant aux flux financiers suivants:

Mi = 990 000 000 Francs

avec $\pi=50%$, $f=2%$, $fsfc=0.10%$ et $fsfr=0.10%$

année t	c _t	1-c _t	p _t	q _t	q _t * (R _t +fsfc _t) +p _t (V _t +fsfr _t) avec R _t =i.N ₀ [1]	c _t .p _t .(E _t -V _t) [2]	Annuité financière en t
1	0	1	0	1	26 276 250	0	26 276 250
2	0	1	0	1	26 276 250	0	26 276 250
3	0	1	0	1	26 276 250	0	26 276 250
4	1	0	0.1	1	126 276 250	14 200 000	140 476 250
5	1	0	0.1	0.9	123 625 000	25 600 000	149 225 000
6	1	0	0.1	0.8	121 000 000	38 100 000	159 100 000
7	1	0	0.1	0.7	118 375 000	51 900 000	170 275 000
8	1	0	0.1	0.6	615 750 000*	402 000 000	1 017 750 000
9			0.1				

10			0.1			
11			0.1			
12			0.1			
13			0.1			

*la huitième année ,dernière année de vie de l'emprunt ,est présumé totalement amorti à cette date le solde de l'emprunt (soit 600 000 000) , auxquels s'ajoutent les coupons annuels nets d'impôts de l'année 8 (15 750 000)

- La seconde partie de la formule proposée concernant la prise en compte de la rémunération du capital converti pose toutefois encore quelques problèmes. En effet retenir la valeur de marché des titres convertis comme flux positif à venir en complément des coupons d'intérêt associés à la partie obligataire *se comprend bien* lorsque l'on se situe du point de vue d'un *souscripteur* (puisque la valeur du titre livré constitue bien un élément de rémunération de l'opération¹⁶) , mais beaucoup *moins* clairement lorsqu'on se situe du point de vue *d'un émetteur*, dans la mesure où ce qui importe à ce dernier c'est moins la valeur de marché du titre converti que la rentabilité minimale qu'il lui faudra apporter à ces capitaux convertis pour que la valeur de l'action sur le marché ne baisse pas. Or ce taux de rentabilité minimum qu'il convient d'apporter aux capitaux convertis n'est autre , en l'absence de dilution lors de l'échange, que le taux de rendement requis par le marché k_r de l'action de la société émettrice.

On pourrait toutefois prendre comme argument que sur un marché efficient la valeur attendue du titre à l'horizon t n'est autre que la valeur actuelle à cette date de tous les revenus futurs attendus du titre sur la période ultérieure $t+1, t+2, \dots, t=\infty$. Dès lors ne pourrait-on pas admettre, si l'on accepte cette hypothèse, que le terme $[c_t, p_t, E_t]$ puisse également être considéré comme représentatif de la politique de rémunération globale des titres convertis (dividendes + plus-values en capital) que devrait s'imposer la société pour que le cours de son titre ne baisse pas ? Si l'on accepte cette 'assimilation' il apparaît que le modèle précédent à 'orientation souscripteur' pourrait également constituer un modèle d'évaluation du coût du capital de l'obligation convertible du point de vue de l'émetteur.

Pour améliorer la lisibilité du modèle on peut s'efforcer toutefois de le formuler différemment, en y intégrant *directement et explicitement* une référence à la politique de rémunération nécessaire des titres convertis: c'est à une telle présentation '*reformulée*' que nous référerons maintenant.

¹⁶ d'autant que le souscripteur qui souhaiterait extérioriser sa plus-value peut la réaliser en vendant son action sur le marché