

° une reformulation du modèle actuariel pour obtenir un coût du capital 'émetteur' de l'emprunt convertible.

Pour tenir compte de cette caractéristique une modification de la formule précédente peut être envisagée: elle consiste à remplacer le terme représentatif des fonds propres

$$\sum_{t=1}^T c_t \cdot p_t \cdot E_t / (1+k_{oc})^t ]$$

par

$$\sum_{t=1}^T k_r \cdot CUM_{t-1} / (1+k_{oc})^t + \sum_{t=T+1}^{\infty} k_r \cdot CUM_T / (1+k_{oc})^t$$

Au premier élément correspond la valeur actuelle totale des au taux  $k_r$  des rémunérations annuelles apportées aux sommes converties jusqu'à la date  $T$ , la maturité de l'emprunt convertible.

Toutefois la rémunération des flux convertis ne s'arrête pas là: en effet ces actions créées devront également être rémunérées au delà de  $T$  au même taux  $k_r$  jusqu'en  $t=\infty$ .

Notons toutefois que ce dernier élément peut se ramener à  $CUM_T / (1+k_{oc})^{T-1}$

Dès lors la valeur de la composante 'fonds propres' devient:

$$\sum_{t=1}^T k_r \cdot CUM_{t-1} / (1+k_{oc})^t + CUM_T / (1+k_{oc})^T$$

et le modèle reformulé de l'évaluation du coût d'un emprunt convertible devient quant à lui :

<sup>1</sup> la valeur actuelle au temps  $t_0$  et au taux  $k_r$  de ces rémunérations futures des revenus d'actions de  $T+1$  à  $T=\infty$  elle sera

$$k_r \cdot CUM_T / (1+k_r)^{T+1} + k_r \cdot CUM_T / (1+k_r)^{T+2} + k_r \cdot CUM_T / (1+k_r)^{T+3} + \dots + k_r \cdot CUM_T / (1+k_r)^\infty$$

Il s'agit là d'une somme de termes d'une progression géométrique de formule générale

$$S = a [ (1-q^\infty) / (1-q) ] \text{ avec ici } a = k_r \cdot CUM_T / (1+k_r)^{T+1} \text{ et } q = 1/(1+k_r)$$

ou une telle somme n'est autre que :

$$S = k_r \cdot CUM_T / (1+k_r)^{T+1} [ (1+k_r) / k_r ] = CUM_T / (1+k_r)^T$$

entraînant une reformulation de la valeur d'une obligation convertible

$$V_{oc} = \sum_{t=1}^T [ [ [q_t \cdot R_t + (1-c_t) \cdot p_t \cdot V_t ] / (1+k_d)^t ] ] + [ k_r \cdot CUM_{t-1} / (1+k_r)^t ] ] + ( CUM_T ) / (1+k_r)^T$$

et conduisant à évaluer le coût de l'obligation convertible (hors fiscalité et frais) par  $k_{oc}$  tel que:

$$M_o = \sum_{t=1}^T [ [ [q_t \cdot R_t + (1-c_t) \cdot p_t \cdot V_t ] / (1+k_{oc})^t ] ] + [ (k_r \cdot CUM_{t-1}) / (1+k_{oc})^t ] ] + ( CUM_T ) / (1+k_{oc})^T$$

ou avec prise en compte de la fiscalité et des frais

$$M_i = \sum_{t=1}^T [ [ [q_t \cdot (1-\pi)(R_t + fsfc_t) + (1-c_t) \cdot p_t \cdot (V_t + (1-\pi)fsfr_t) ] / (1+k_{oc})^t ] ] + [ k_r \cdot CUM_{t-1} / (1+k_{oc})^t ] ] + ( CUM_T ) / (1+k_{oc})^T$$

$$[1-(1-\pi)f]M_0 = M_i = \sum_{t=1}^T [ [q_t \cdot (1-\pi)(R_t + fsfc_t) + (1-c_t) \cdot p_t \cdot (V_t + (1-\pi)fsfr_t) ] / (1+k_{oc})^t ] + [(k_r \cdot CUM_{t-1}) / (1+k_{oc})^t ] + (CUM_T) / (1+k_{oc})^T$$

.le premier membre de la partie droite de cette expression (sous le signe  $\sum$ ) correspond pour chacune des années de la période d'existence de l'obligation convertible au total des flux en t liés à la partie 'obligataire' de l'emprunt convertible (coupons annuels et frais de service financier de l'emprunt nets d'impôt, remboursement des titres non convertis) et des flux fictifs de rémunération en t des flux convertis jusqu'en t-1 ( $CUM_{t-1}$ ) au taux de rendement requis  $k_r$  des actions à partir de leur date de conversion .

.le second membre correspond à l'ensemble des rémunérations à apporter dans le futur au taux  $k_r$  aux titres convertis de l'origine à la période T ( $CUM_T$ ) tout au long de la période [T+1,  $\infty$ ]

avec :

- T l'échéance finale de l'obligation convertible
  - $M_i$  le montant effectivement encaissé par l'émetteur
  - $R_t$  le montant des coupons annuels sur l'ensemble des titres émis (si le taux d'intérêt nominal  $i$  est fixe et  $N_0$  le nominal de l'emprunt ce montant annuel sera  $i \cdot N_0$ )
  - $fsfc_t$  les frais de service financier 'coupons' versés en t
  - $fsfr_t$  les frais de service financier 'remboursement' versés en t
  - $q_t$  la probabilité de versement du coupon en t
  - $p_t$  la probabilité d'amortissement du titre ou de fin de l'emprunt pour une autre cause en t (conversion spontanée ou amortissement anticipé par exemple)
  - $c_t$  le pourcentage des titres amortis en t et convertis
  - $1-c_t$  le pourcentage des titres amortis non convertis et remboursés
  - $V_t$  la valeur de remboursement des titres obligataires en t ( $N_0$ + prime de remboursement éventuelle)
  - $CUM_t$  le montant cumulé des conversions (valeur de marché) jusqu'en t
  - $CUM_T$  le montant cumulé des conversions (valeur de marché) de l'année 1 à l'année T
- avec  $CUM_T = \sum_{t=1}^T c_t \cdot p_t \cdot E_t$  de l'année 1 jusqu'en T
- $E_t$  la valeur de marché anticipée des actions en t
  - $k_r$  le taux de rendement requis par le marché d'une action de la société compte-tenu de son niveau de risque
  - $k_{oc}$  le coût du capital associé à l'emprunt convertible<sup>2</sup>

L'expression précédente part du principe que toute conversion d'une partie des titres en actions aura immédiatement pour effet d'obliger la société à utiliser les capitaux convertis dans des investissements de rentabilité au moins suffisante pour permettre une rémunération des nouveaux fonds propres (valorisés en termes de valeur de marché) à hauteur du taux de rendement requis par le marché . Cette substitution d'une ressource plus coûteuse à une dette bon marché aura pour conséquence une augmentation du coût de l'émission

<sup>2</sup> pouvant également s'exprimer comme le taux de rendement requis que devrait s'imposer la société lors du réemploi des sommes collectées sous cette forme

convertible, cette augmentation étant d'autant plus élevée que le taux de conversion des titres sur la période sera lui-même plus élevé, et que la conversion sera plus précoce.

Notons en outre la nécessité de tenir compte du fait que cette rémunération des fonds propres ne se réduit pas à la seule durée de vie de l'obligation convertible mais se poursuit au delà de cette durée et sur une *durée infinie*.

° un exemple d'application du modèle reformulé

$k_{oc}$  est tel que:

$$Mo = \sum_{t=1}^T [ [q_t \cdot R_t + (1-c_t) \cdot p_t \cdot (V_t)] / (1+k_{oc})^t ] + [k_r \cdot CUM_{t-1}] / (1+k_{oc})^t ] + (CUM_T) / (1+k_{oc})^T$$

$$Mi = \sum_{t=1}^T [ [q_t \cdot (1-\pi)(R_t + fsfc_t) + (1-c_t) \cdot p_t \cdot (V_t + (1-\pi)fsfr_t)] / (1+k_{oc})^t ] + [k_r \cdot CUM_{t-1}] / (1+k_{oc})^t ] + (CUM_T) / (1+k_{oc})^T$$

selon que l'on tienne compte ou non des frais d'émission, des frais de service financier et de la fiscalité

Pour simplifier raisonnons tout d'abord hors frais et fiscalité.

Il n'y a pas de changement pour la partie 'obligataire' (hors fiscalité et frais de service financier)

Détail des calculs réalisés 1 000 000 titres émis à 1 000F No=1 000 000 000 F  
*partie obligataire* différé d'amortissement de 3 ans  
 Mo = 1 000 000 F amortissement par 10 tranches égales  
 tranche montant  
 amortie remboursé

an née t	$c_t$	$(1-c_t)$	$p_t$	nombre titres amortis	$p_t \cdot V_t$ avec $V_t = N_o$	$(1-c_t) \cdot p_t \cdot V_t$ avec $V_t = N_o$	$q_t$	$q_t \cdot R_t$ avec $R_t = i \cdot N_o$	annuité financière 'obligataire'
1	0	1	0	0	0	0	1	52 500 000	52 500 000
2	0	1	0	0	0	0	1	52 500 000	52 500 000
3	0	1	0	0	0	0	1	52 500 000	52 500 000
4	1	0	0.10	100 000	100 000 000	0	1	52 500 000	52 500 000
5	1	0	0.10	100 000	100 000 000	0	0.9	47 250 000	47 250 000
6	1	0	0.10	100 000	100 000 000	0	0.8	42 000 000	42 000 000
7	1	0	0.10	100 000	100 000 000	0	0.7	36 750 000	36 750 000
8	1	0	0.10	100 000	100 000 000	0	0.6	31 500 000	31 500 000
9			0.10						
10			0.10						
11			0.10						
12			0.10						
13			0.10						

par contre la partie 'augmentation en capital' devient:

## partie 'augmentation de capital'

t	$c_t$	$p_t$	nombre de titres appelés à l'amortissement	nombre titres convertis amortis	nombre titres convertis spontanée	valeur de marché d'un titre en t	valeur de marché capital converti en t $c_t \cdot p_t \cdot E_t$	cumul du capital converti (en valeur) en t $CUM_t$	$k_r \cdot CUM_{t-1}$
1	0	0	0	0		848	0	0	0
2	0	0	0	0		943	0	0	0
3	0	0	0	0		1038	0	0	0
4	1	0.10	100 000	100 000		1142	114200000 <sup>3</sup>	114200000	0
5	1	0.10	100 000	100 000		1256	125600000	239800000	15 160 050
6	1	0.10	100 000	100 000		1381	138100000	377900000	31 833 450
7	1	0.10	100 000	100 000		1519	151900000	529800000	50 166 225
8	1	0.10	100 000	100 000	500 000	1670	1002000000	1531800000	70 330 950
9		0.10							
10		0.10							
11		0.10							
12		0.10							
13		0.10							

avec  $CUM_T = 1\,531\,800\,000$

conduisant à un coût du capital de l'obligation convertible de  $k_{oc} = 10.84\%$  (au lieu de 10.57% avec le modèle de Dif. (hors fiscalité et frais)

Si l'on prend en considération la fiscalité, les frais d'émission et les frais de service financier on a:

$M_i = 990\,000\,000$  francs

avec  $\pi=50\%$ ,  $f=2\%$ ,  $fsfc=0.10\%$  et  $fsfr=0.10\%$

t	$1-a_t$ ou $c_t$	$a_t$ ou $(1-c_t)$	$p_t$	$q_t$	$q_t \cdot (R_t + fsfc_t)$ avec $R_t = i \cdot N_0$ [1]	$k_r \cdot CUM_{t-1}$	Annuité financière en t
1	0	1	0	1	26 276 250	0	26 276 250
2	0	1	0	1	26 276 250	0	26 276 250
3	0	1	0	1	26 276 250	0	26 276 250
4	0	1	0.1	1	26 276 250	0	26 276 250
5	1	0	0.1	0.9	23 625 000	15 160 050	38 785 050
6	1	0	0.1	0.8	21 000 000	31 833 450	52 833 450
7	1	0	0.1	0.7	18 375 000	50 166 225	68 541 225
8	1	0	0.1	0.6	15 750 000	70 330 950	86 080 950
9			0.1				
10			0.1				
11			0.1				
12			0.1				
13			0.1				

<sup>3</sup> nous ferons ici l'hypothèse que la conversion des titres est instantanée et attribuée à l'année 4, même si cette conversion se trouve souvent décalée de quelques jours voire de quelques mois compte-tenu du délai légal de réponse accordé aux porteurs d'obligations et du caractère souvent tardif des réponses des porteurs d'obligations, lesquels peuvent attendre les derniers jours du délai qui leur est accordé pour demander la conversion de leurs titres.

Nous ferons en outre l'hypothèse que les porteurs d'obligations amorties et converties bénéficieront à la fois du coupon de l'année de conversion et du dividende de l'année suivante : cette hypothèse a pour conséquence de fournir comme estimation du taux  $k_{oc}$  l'estimation la plus défavorable pour la société émettrice

avec  $CUM_T = 1\,531\,800\,000$   
 conduisant à  $k_{oc} = 9.02\%$  contre  $8.52\%$  dans le cadre du modèle de Dif

Nous avons vu antérieurement que  $k_{oc}$  pouvait être interprété comme une moyenne pondérée du type :

$$k_{oc} = k_{ocd} + \Delta (k_{oca} - k_{ocd})$$

dans le cas présent puisque  $k_{oc} = 9.02\%$

$$k_{ocd} = 2.79\%$$

$$k_{oca} = 13.275\%$$

cela veut dire que le coefficient implicite représentatif des capitaux propres, dans le modèle reformulé, est:

$$\Delta = (k_{oc} - k_{ocd}) / (k_{oca} - k_{ocd}) = 6.23\% / 10.485\% = 0.594 \text{ pour les fonds propres}$$

et de  $= 0.406$  pour les dettes

conduisant à l'une ou l'autre des deux évaluations suivantes de  $k_{oc}$ :

$$k_{oc} = 2.79\% + 0.594 [13.275\% - 2.79\%] = 2.79\% + 6.23\% = 9.02\%$$

ou

$$k_{oc} = 0.406 (2.79\%) + 0.594 (13.275\%) = 1.13\% + 7.89\% = 9.02\%$$

Rappelons pour mémoire que dans le modèle de Dif ces poids implicites des composantes 'obligataire' et 'action' étaient respectivement de : (avec  $k_{oc} = 8.52\%$ )

$$\Delta = (k_{oc} - k_{ocd}) / (k_{oca} - k_{ocd}) = 5.73\% / 10.485\% = 0.546 \text{ pour les fonds propres}$$

et de  $= 0.454$  pour les dettes

la différence entre les deux évaluations correspondant en fait à la conséquence d'une différence des *poids implicites* attribués aux deux composantes 'obligation' et 'action' de l'emprunt convertible.

### ° les résultats fournis par le modèle 'reformulé' dans diverses situations

Pour simplifier nous ne tiendrons pas compte ici de la fiscalité. et nous ferons l'hypothèse qu'il n'y aura pas de conversion forcée autre que les amortissements et pas de conversion spontanée à envisager. (dans ce cas la durée de vie à considérer est la durée de vie initiale de l'emprunt.

#### 1ère hypothèse : absence de conversion

Rappelons la formule d'évaluation proposée précédemment:

$$[1 - (1 - \pi)f] M_o = M_i = \sum_{t=1}^T [ [ [q_t \cdot (1 - \pi)(R_t + fsfc_t) + (1 - c_t) \cdot p_t \cdot (V_t + (1 - \pi)fsfr_t)] / (1 + k_{oc})^t ] + k_r \cdot CUM_{t-1} / (1 + k_{oc})^t ] ] + (CUM_T) / (1 + k_{oc})^T$$

Dans le cas présent tous les  $c_t$  et  $CUM_t$  sont alors nuls. La formule précédente se réduit alors à:

$$[1 - (1 - \pi)f] M_o = \sum_{t=1}^T [ [ [q_t \cdot (1 - \pi)(R_t + fsfc_t) + p_t \cdot (V_t + (1 - \pi)fsfr_t)] / (1 + k_{oc})^t ] ] \quad \text{avec } R_t = i \cdot N_o \text{ et } V_t = N_o$$

nous retrouvons là le premier membre de la formule de Dif conduisant au calcul du taux actuariel strict de l'emprunt obligataire.

Les flux concernés sont les suivants:

Produit net de l'émission=990 000 000 F

Détail des calculs réalisés

partie obligataire

avec  $\pi=50\%$ ,  $f=2\%$ ,  $fsfc_t=0.10\%$  et  $fsfr_t=0.10\%$

année t	$c_t$	$1-c_t$	$p_t$	tranche	montant	intérêts	$q_t * i \cdot N_o$	annuité financière obligataire
				amortie (+fsf)	remboursé +fsfr	payés(+fsfc)		
1	0	1	0	$p_t * N_o$	$p_t \cdot V_t + fsfr_t$ avec $V_t=N_o$	$q_t$		
1	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
2	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
3	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
4	0	1	0.10	100 000 000	100 050 000	1	26 276 250	126 326 250
5	0	1	0.10	100 000 000	100 050 000	0.9	23 648 625	123 698 625
6	0.0	1	0.10	100 000 000	100 050 000	0.8	21 021 000	121 071 000
7	0.0	1	0.10	100 000 000	100 050 000	0.7	18 393 375	118 443 375
8	0.0	1	0.10	100 000 000	100 050 000	0.6	15 765 750	115 815 750
9	0.0	1	0.10	100 000 000	100 050 000	0.5	13 138 125	113 188 125
10	0.0	1	0.10	100 000 000	100 050 000	0.4	10 510 500	110 560 500
11	0.0	1	0.10	100 000 000	100 050 000	0.3	7 882 875	107 932 875
12	0.0	1	0.10	100 000 000	100 050 000	0.2	5 255 250	105 305 250
13	0.0	1	0.10	100 000 000	100 050 000	0.1	2 627 625	102 677 625

$c_t$  taux de conversion en t

$(1-c_t)$  taux de remboursement en t

$p_t$  probabilité d'amortissement en t

$q_t$  probabilité de rémunération des coupons

Le taux  $k_{oc}$  de l'obligation convertible se réduit alors au taux  $k_{ocd} = 2.77\%$

qu'on aurait pu obtenir également de la façon suivante:(avec  $\alpha=1$  et  $\Delta=0$ )

$$k_{oc} = \alpha \cdot k_{ocd} + (1-\alpha) \cdot k_{oca} = 1 \cdot (2.77\%) + (1-1) k_{oca} = 2.77\%$$

ou

$$k_{oc} = k_{ocd} + \Delta [k_{oca} - k_{ocd}] = 2.77\% + 0 [k_{oca} - 2.77\%] = 2.77\%$$

## 2ème hypothèse : une conversion quasi- immédiate de la totalité des titres émis

Envisageons le cas *théorique* d'une émission convertible à tout moment amortissable *in fine* dont les caractéristiques financières feraient que tous les porteurs d'obligations convertibles décideraient de convertir leurs titres dès l'ouverture de la période de conversion que nous supposons être le lendemain de la clôture de l'émission;

La formule d'évaluation du coût du capital associé à une émission convertible se réduirait alors à:

$$[1-(1-\pi) \cdot f] M_o = \sum_{t=1}^T [k_r \cdot CUM_{t-1} / (1+k_{oc})^t] + (CUM_T) / (1+k_{oc})^T \quad \text{avec } CUM_t = N_o \text{ pour } t=1,2,3,\dots,T$$

ou

$$[1-(1-\pi) \cdot f] M_o = \sum_{t=1}^T k_r \cdot N_o / (1+k_{oc})^t + N_o / (1+k_{oc})^T$$

Dans ces conditions théoriques il n'y a quasiment plus de différence avec une augmentation de capital ordinaire et c'est dans ces conditions que l'on devrait trouver un  $k_{oc}$  proche de  $k_{oca}$ .<sup>4</sup>

Dans ce cas de figure, le taux de rendement requis de l'obligation convertible sera le taux  $k_{oc}$  tel que (pour un nominal de l'émission de 100, et un taux de rendement requis de 13.275%) la suite des rémunérations soit (hors frais d'émission):

$$100 = 13.275/(1+k_{oc}) + 13.275/(1+k_{oc})^2 + \dots + 13.275/(1+k_{oc})^\infty$$

on peut constater que le taux  $k_{oc}$  qui permet d'égaliser l'expression précédente n'est autre que  $k_{oc} = k_r = 13.275\%$

ou plus généralement si l'on tient compte des frais d'émission (2%), du taux de l'impôt des sociétés (50%) et de la dilution éventuelle 3%)

$$k_{oc} = [1/(1-e)].[1/(1-d)].k_r = (1/0.99)(1/0.97) 0.13275 = 13.82\%$$

c'est-à-dire le coût du capital-action  $k_{oca}$  tel que nous l'avions présenté antérieurement

$k_{oc}$  ici est l'équivalent de : (avec  $\alpha = 0$  et  $\Delta = 1$ )

$$k_{oc} = \alpha \cdot k_{ocd} + (1-\alpha) \cdot k_{oca} = 0 (2.77\%) + (1-0) k_{oca} = k_{oca} = 13.82\%$$

ou

$$k_{oc} = k_{ocd} + \Delta [k_{oca} - k_{ocd}] = 2.77\% + 1 [k_{oca} - 2.77\%] = k_{oca} = 13.82\%$$

### 3ème hypothèse: le cas d'une conversion totale mais étalée sur la durée de vie de l'emprunt

Envisageons un emprunt convertible dont l'amortissement est graduel et dont la conversion s'effectue également graduellement

Maintenons l'hypothèse selon laquelle lors des amortissements successifs (au delà du différé d'amortissement de 3 ans), la *totalité* des porteurs d'obligations convertibles choisiraient la conversion, mais sans conversion spontanée ni amortissement anticipé à l'initiative de la société émettrice.

Dans ce cas c'est la formule générale d'évaluation qui s'applique:

$$[1-(1-\pi)f]M_o = M_i = \sum_{t=1}^T [ [ [q_t \cdot (1-\pi)(R_t + fsfc_t) + (1-c_t) \cdot p_t \cdot (V_t + (1-\pi)fsfr_t) ] / (1+k_{oc})^t ] + k_r \cdot CUM_{t-1} / (1+k_{oc})^t ] ] + (CUM_T) / (1+k_{oc})^T$$

Le détail des flux concernés est présenté ci-dessous:

Détail des calculs réalisés

Produit net de l'émission: 990 000 000 F

<sup>4</sup>  $k_{oca} = k_r$  dans le cadre des hypothèses retenues précédemment (frais d'émission  $f$  égaux à 0 et absence de dilution attendue)

partie obligataire

avec  $\pi=50\%$ ,  $f=2\%$ ,  $fsfc_t=0.10\%$  et  $fsfr_t=0.10\%$

année t	$c_t$	$1-c_t$	$p_t$	tranche		$q_t$	$q_t \cdot i \cdot N_0$ +(fsfc <sub>t</sub> )	annuité financière 'obligataire'
				amortie	montant remboursé			
1	0	1	0	$p_t \cdot N_0$	$(1-c_t)p_t \cdot V_t$ avec $V_t=N_0$	1	26 276 250	26 276 250
2	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
3	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
4	1	0	0.10	100 000 000	0	1	26 276 250	26 276 250
5	1	0	0.10	100 000 000	0	0.9	23 648 625	23 648 625
6	1	0	0.10	100 000 000	0	0.8	21 021 000	21 021 000
7	1	0	0.10	100 000 000	0	0.7	18 393 375	18 393 375
8	1	0	0.10	100 000 000	0	0.6	15 765 750	15 765 750
9	1	0	0.10	100 000 000	0	0.5	13 138 125	13 138 125
10	1	0	0.10	100 000 000	0	0.4	10 510 500	10 510 500
11	1	0	0.10	100 000 000	0	0.3	7 882 875	7 882 875
12	1	0	0.10	100 000 000	0	0.2	5 255 250	5 255 250
13	1	0	0.10	100 000 000	0	0.1	2 627 625	2 627 625

auxquels s'ajoutent les flux liés à la conversion des titres

partie 'augmentation de capital'

t	$c_t$	$p_t$	nombre de titres appelés à l'amortisse- ment	capital converti $p_t \cdot N_0$	cumul Capital initial converti	valeur de marché du capital converti jusqu'en t $CUM_t$	annuité financière d'opportunité $k_r \cdot CUM_{t-1}$	annuité financière globale oblig. + action
1	0		0	0	0		0	26 276 250
2	0		0	0	0		0	26 276 250
3	0		0	0	0		0	26 276 250
4	1	0.1	100 000	100 000 000	100000000	114200000	0	26 276 250
5	1	0.1	100 000	100 000 000	200000 000	239800000	15 160 050	38 808 675
6	1	0.1	100 000	100 000 000	300000000	377900000	31 833 450	52 854 450
7	1	0.1	100 000	100 000 000	400000000	529800000	50 166 225	68 559 600
8	1	0.1	100 000	100 000 000	500000000	696800000	70 330 950	86 559 600
9	1	0.1	100 000	100 000 000	600000000	880500000	92 500 200	105 638 325
10	1	0.1	100 000	100 000 000	700000000	1082600000	116 886 370	127 396 870
11	1	0.1	100 000	100 000 000	800000000	1304900000	143 715 150	151 598 025
12	1	0.1	100 000	100 000 000	900000000	1549400000	173 225 470	178 280 720
13	1	0.1	100 000	100 000 000	1000000000	1818400000	205 682 850	208 310 475
			1 000 000	1 000 000 000				

avec  $CUM_T=1\ 818\ 400\ 000$

entraînant une valeur de  $k_{oc} = 10.14\%$

calculé de la façon suivante:

$k_{oc}$  est le taux tel que:

$$\begin{aligned}
 990000000 = & 26276\ 250/(1+k_{oc})^1 + 26276\ 250/(1+k_{oc})^2 + 26276250/(1+k_{oc})^3 + 26276250/(1+k_{oc})^4 \\
 & + [23\ 648\ 625 + 15\ 160\ 050]/(1+k_{oc})^5 + [21\ 021\ 000 + 31\ 833\ 450]/(1+k_{oc})^6 \\
 & + [18\ 393\ 375 + 50\ 166\ 225]/(1+k_{oc})^7 + [15\ 765\ 750 + 70\ 330\ 950]/(1+k_{oc})^8 \\
 & + [13\ 138\ 125 + 92\ 500\ 200]/(1+k_{oc})^9 + [10\ 510\ 500 + 116\ 886\ 370]/(1+k_{oc})^{10} \\
 & + [7\ 882\ 875 + 143\ 715\ 150]/(1+k_{oc})^{11} + [5\ 255\ 250 + 173\ 225\ 470]/(1+k_{oc})^{12} \\
 & + [2\ 627\ 625 + 205\ 682\ 850]/(1+k_{oc})^{13} + (1\ 818\ 400\ 000)/(1+k_{oc})^{13}
 \end{aligned}$$

à chaque étape du calcul

le premier chiffre représentant le montant annuel des coupons payés  
le second représentant l'exigence du taux de rendement requis sur les capitaux déjà convertis

le dernier membre de l'équation représentant l'exigence de rémunération du capital au taux  $k_r$  au delà de la durée de l'obligation convertible pour la partie de l'emprunt qui a été convertie)

Il en résulte que les poids implicites des deux composantes correspondant à  $k_{oc}=10.14\%$  sont:

$$\Delta = k_{oc} - k_{ocd} / k_{oca} - k_{ocd} = (10.14 - 2.77) / (13.275 - 2.77) = 0.702 \quad \text{pour les fonds propres}$$

$$\text{et } 0.298 \quad \text{pour les dettes}$$

$$k_{oc} = 0.298(2.77) + 0.702(13.275) = 0.83\% + 9.31 = 10.14\%$$

ou

$$k_{oc} = 2.77 + 0.702(13.275 - 2.77) = 2.77 + 7.37 = 10.14\%$$

#### 4ème hypothèse: le cas d'une conversion partielle étalée dans le temps

Retenons les caractéristiques du cas précédent avec comme seule modification un taux de conversion à chaque amortissement de 50% des titres, les autres étant remboursés. Dans ce cas on peut s'attendre à un coût du capital de l'obligation convertible inférieur au précédent; il reste à voir de combien.

Les flux financiers associés à cette opération sont les suivants:

Détail des calculs réalisés

partie obligataire      produit net de l'émission = 990 000 000 F  
avec  $\pi=50\%$ ,  $f=2\%$ ,  $fsfc_t=0.10\%$  et  $fsfr_t=0.10\%$

année t	$c_t$	$1-c_t$	$p_t$	tranche	montant	$q_t$	$q_t * i \cdot N_o$ + (fsfc <sub>t</sub> )	annuité financière 'obligataire'
				amortie	remboursé+fsfr			
1	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
2	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
3	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
4	0.50	0.50	0.10	100 000 000	50 025 000	1	26 276 250	70 301 250
5	0.50	0.50	0.10	100 000 000	50 025 000	0.9	23 648 625	73 673 625
6	0.50	0.50	0.10	100 000 000	50 025 000	0.8	21 021 000	71 046 000
7	0.50	0.50	0.10	100 000 000	50 025 000	0.7	18 393 375	68 418 375
8	0.50	0.50	0.10	100 000 000	50 025 000	0.6	15 765 750	65 790 750
9	0.50	0.50	0.10	100 000 000	50 025 000	0.5	13 138 125	63 163 125
10	0.50	0.50	0.10	100 000 000	50 025 000	0.4	10 510 500	60 535 500
11	0.50	0.50	0.10	100 000 000	50 025 000	0.3	7 882 875	57 907 875
12	0.50	0.50	0.10	100 000 000	50 025 000	0.2	5 255 250	55 280 250
13	0.50	0.50	0.10	100 000 000	50 025 000	0.1	2 627 625	52 652 625

auxquels s'ajoutent les flux liés à la conversion des titres

partie 'augmentation de capital'

année t	$c_t$	nombre de titres appelés à l'amortissement	capital converti $p_t \cdot N_0$	cumul Capital initial converti	valeur de marché du capital converti jusqu'en t $CUM_t$	annuité financière d'opportunité $k_r \cdot CUM_{t-1}$	annuité financière globale oblig + action
1	0	0	0	0	0	0	26 276 250
2	0	0	0	0	0	0	26 276 250
3	0	0	0	0	0	0	26 276 250
4	0.50	100 000	50 000 000	50 000 000	57 100 000	0	70 301 250
5	0.50	100 000	50 000 000	100 000 000	119 900 000	7 580 025	81 253 650
6	0.50	100 000	50 000 000	150 000 000	188 950 000	15 916 725	86 962 725
7	0.50	100 000	50 000 000	200 000 000	264 900 000	25 083 112	93 501 487
8	0.50	100 000	50 000 000	250 000 000	348 400 000	35 165 475	100 956 225
9	0.50	100 000	50 000 000	300 000 000	440 350 000	46 250 100	109 413 225
10	0.50	100 000	50 000 000	350 000 000	541 300 000	58 456 462	118 991 962
11	0.50	100 000	50 000 000	400 000 000	652 450 000	71 857 575	129 765 450
12	0.50	100 000	50 000 000	450 000 000	774 700 000	86 612 737	141 892 987
13	0.50	100 000	50 000 000	500 000 000	909 200 000	102 841 425	155 494 050
		1 000 000					

$CUM_T = 909\,200\,000$  en  $t=13$

conduisant dans ce cas à un taux actuariel  $k_{oc}$  de :  $k_{oc} = 7.56\%$

à comparer au taux de 10.14% obtenu précédemment dans le cadre des mêmes hypothèses pour une conversion de 100% des titres.

d'où les poids implicites des deux composantes dans ce cas de figure::

$$\Delta = k_{oc} - k_{ocd} / k_{oca} - k_{ocd} = (7.56 - 2.77) / (13.275 - 2.77) = 0.456 \text{ pour les fonds propres} \\ \text{et } 0.544 \text{ pour les dettes}$$

$$k_{oc} = 0.544 (2.77) + 0.456 (13.275) = 1.51 + 6.05 = 7.56\%$$

ou

$$k_{oc} = 2.77 + 0.456 (13.275 - 2.77) = 2.77 + 4.79 = 7.56\%$$

### 5° cas d'un emprunt obligataire convertible in fine

Nous envisagerons successivement deux cas: celui d'une conversion intégrale des titres émis tout d'abord, celui ensuite d'une conversion partielle de ces derniers.

*-hypothèse d'une conversion à l'échéance de 100% des titres*

La série des flux financiers associés à un tel cas est la suivante:

Détail des calculs réalisés

partie obligataire

produit net de l'émission: 990 000 000 F

avec  $\pi=50\%$ ,  $f=2\%$ ,  $fsfc_t=0.10\%$  et  $fsfr_t=0.10\%$

année t	$c_t$	$1-c_t$	$p_t$	tranche	montant	$q_t$	$q_t * i \cdot N_o$ +(fsfc <sub>t</sub> )	annuité financière 'obligataire'
				amortie	remboursé+fsf			
1	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
2	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
3	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
4	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
5	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
6	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
7	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
8	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
9	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
10	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
11	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
12	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
13	0	1	1.00	1 000 000 000	0	1	26 276 250	26 276 250

auxquels s'ajoutent les flux liés à la conversion des titres

partie 'augmentation de capital'

an née t	$c_t$	nombre de titres appelés à l'amortissement	capital initial converti $p_t \cdot N_o$	cumul Capital initial converti	valeur de marché du capital converti jusqu'en t $CUM_t$	annuité financière d'opportunité $k_r \cdot CUM_{t-1}$	annuité financière globale oblig + action
1	0	0	0	0	0	0	26 276 250
2	0	0	0	0	0	0	26 276 250
3	0	0	0	0	0	0	26 276 250
4	0	0	0	0	0	0	26 276 250
5	0	0	0	0	0	0	26 276 250
6	0	0	0	0	0	0	26 276 250
7	0	0	0	0	0	0	26 276 250
8	0	0	0	0	0	0	26 276 250
9	0	0	0	0	0	0	26 276 250
10	0	0	0	0	0	0	26 276 250
11	0	0	0	0	0	0	26 276 250
12	0	0	0	0	0	0	26 276 250
13	1	1 000 000	1000000000	1000000000	2690000000	0	26 276 250
	total	1 000 000					

$CUM_T=2\ 690\ 000\ 000$  en  $t=13$

a composante 'action' se réduisant dans ce cas aux futures rémunérations de  $T+1$  à  $\infty$  à apporter à la valeur de marché des titres convertis l'année T .

dans ce cas on obtient un taux actuariel de :  $k_{oc} = 9.77\%$

associé implicitement aux poids suivants des deux composantes 'obligataire' et 'action' de l'obligation convertible:

$$\Delta = k_{oc} - k_{ocd} / k_{oca} - k_{ocd} = (9.77 - 2.77) / (13.275 - 2.77) = 0.666 \quad \text{pour les fonds propres} \\ \text{et } 0.334 \quad \text{pour les dettes}$$

$$k_{oc} = 0.334 (2.77) + 0.666(13.275) = 0.93 + 8.84 = 9.77\%$$

ou

$$k_{oc} = 2.77 + 0.666 (13.275 - 2.77) = 2.77 + 7.00 = 9.77\%$$

- hypothèse d'une conversion à l'échéance de 50% des titres

La série des flux financiers serait dans ce cas la suivante:

Détail des calculs réalisés

partie *obligataire*

produit net de l'émission 990 000 000 F

avec  $\pi=50\%$ ,  $f=2\%$ ,  $fsfc_t=0.10\%$  et  $fsfr_t=0.10\%$

année t	$c_t$	$1-c_t$	$p_t$	tranche		$q_t$	$q_t * i \cdot N_0$ +( $fsfc_t$ )	annuité financière 'obligataire'
				amortie	montant remboursé+fsfr			
1	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
2	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
3	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
4	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
5	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
6	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
7	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
8	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
9	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
10	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
11	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
12	0	1	0	0	0	1	26 276 250	26 276 250
13	0	1	1.00	500 000 000	500 250 000	1	26 276 250	526 536 250

auxquels s'ajoutent les flux liés à la conversion des titres

partie *'augmentation de capital'*

année t	$c_t$	nombre de titres appelés à l'amortisse- ment	capital initial converti $p_t \cdot N_0$	cumul Capital initial converti	valeur de marché du capital converti jusqu'en t $CUM_t$	annuité financière d'opportu- nité $k_r \cdot CUM_{t-1}$	annuité financière globale oblig + action
1	0	0	0	0	0	0	26 276 250
2	0	0	0	0	0	0	26 276 250
3	0	0	0	0	0	0	26 276 250
4	0	0	0	0	0	0	26 276 250
5	0	0	0	0	0	0	26 276 250
6	0	0	0	0	0	0	26 276 250
7	0	0	0	0	0	0	26 276 250
8	0	0	0	0	0	0	26 276 250
9	0	0	0	0	0	0	26 276 250
10	0	0	0	0	0	0	26 276 250

11	0	0	0	0	0	0	26 276 250
12	0	0	0	0	0	0	26 276 250
13	1	1 000 000	1000000000	5000000000	1345000000	0	526 536 250
	total	1 000 000					

$CUM_T=1\ 345\ 000\ 000$  en  $t=13$

fournissant dans ce cas un coût actuariel de l'obligation convertible égal à :  $k_{oc} = 6.96\%$

et associé implicitement aux poids suivants des deux composantes 'obligataire' et 'action' de l'obligation convertible:

$\Delta = k_{oc} - k_{ocd} / k_{oca} - k_{ocd} = (6.96 - 2.77) / (13.275 - 2.77) = 0.399$  pour les fonds propres  
et  $0.601$  pour les dettes

$k_{oc} = 0.601 (2.77) + 0.399(13.275) = 1.66 + 5.30 = 6.96\%$

ou

$k_{oc} = 2.77 + 0.399 (13.275 - 2.77) = 2.77 + 4.19 = 6.96\%$

*En résumé* l'application du modèle d'évaluation 'reformulé' nous a conduit aux résultats suivants:

<b>-absence de conversion :</b>	$k_{oc} = k_{ocd} = 2.77\%$	$\Delta = 0$
<b>- conversion partielle (50%) in fine:</b>	$k_{oc} = 6.96\%$	$\Delta = 0.399$
<b>- conversion partielle (50%) et étalée dans le temps :</b>	$k_{oc} = 7.56\%$	$\Delta = 0.456$
<b>- conversion totale in fine :</b>	$k_{oc} = 9.77\%$	$\Delta = 0.666$
<b>- conversion totale (100%) et étalée dans le temps:</b>	$k_{oc} = 10.14\%$	$\Delta = 0.702$
<b>- conversion totale et immédiate:</b>	$k_{oc} = k_{oca} = 13.82\%$	$\Delta = 1$

le coût obtenu étant *d'autant plus élevé* que *le taux de conversion attendu est élevé*  
 $10.14\% > 7.56\%$  ou  $9.77\% > 6.96\%$

*et que cette conversion est elle-même précoce*

$13.82\% > 10.144\% > 9.77\%$  pour une conversion totale

$7.56\% > 6.96\%$  pour une conversion partielle

traduisant l'accroissement du coût du capital de l'obligation convertible lorsqu'on remplace un financement peu coûteux (la dette) par un financement propre plus onéreux (du moins en termes de coût d'opportunité).

Nous venons de présenter deux méthodes d'évaluation du coût du capital associé à un emprunt convertible, toutes deux relevant de l'approche actuarielle : outre ces deux méthodes précédentes on peut aussi utiliser toutefois une méthode alternative utilisant la théorie des options. L'analyse de cette méthode fait l'objet du paragraphe suivant .