Chapitre 4

La sélection des investissements en situation de rationnement du capital: Le choix d'un programme d'investissement

Section 1 Une méthode traditionnelle:l'établissement d'un ordre de réalisation prioritaire des projets d'investissements d'une entreprise

1. Cas d'un rationnement de capital limité à une période
2. Cas d'un rationnement de capital étendu à plusieurs périodes
3. Un exemple d'utilisation de la méthode traditionnelle:application à la société Athis

3.1 Les données du problème
3.2 Eléments de solution

Section 2 Une méthode concurrente : l'usage des techniques de programmation linéaire pour la sélection d'un programme d'investissement

1. Illustration de la méthode à partir du problème de Lorie et Savage

1.1 La formulation du problème
1.2 La solution du problème de Lorie et Savage et son interprétation

2. L'élargissement du modèle de base

2.1 L'élargissement des contraintes techniques relatives à la nature des projets d'investissement étudiés
2.2 L'élargissement des contraintes financières de base
2.3 Une application du modèle général à la société Athis

3. Examen critique du modèle élargi de Weingartner

3.1 Une critique mineure: l'illogisme de la séparation rentrées de fonds-sorties de fonds
3.2 une critique majeure:l'incompatibilité d'un taux d'actualisation externe avec une situation de rationnement du capital

L'objectif des chapitres précédents était de nous fournir un moyen valable d'appréciation de la rentabilité individuelle des investissements d'une entreprise:il s'agissait essentiellement de nous permettre de dire si un projet d'investissement était ou non rentable, et accessoirement si tel projet d'investissement était préférable, compte tenu de l'objectif de maximisation de la valeur del'entreprise, à tel autre projet d'investissement. Dans ce quatrième chapitre, c'est aux procédures de choix d'un *programme d'investissement* que nous intéresserons.

A beaucoup, le choix d'une procédure paraît ne pas poser de problème; c'est notamment le cas de tous les auteurs qui raisonnent dans le cadre d'un marché « parfait » du capital, sur lequel une entreprise quelconque serait en mesure de se procurer au taux d'intérêt courant tous les fonds nécessaires à la réalisation de ses projets d'investissements rentables. Dans ce cadre le programme d'investissement de l'entreprise serait constitué de tous ses projets rentables.

Le plus souvent, en fait, il en va autrement; on constate que les entreprises ne réalisent pas tous leurs projets d'investissements présumés rentables au taux d'actualisation retenu, faute des capitaux nécessaires à leur réalisation.ou pour d'autres raisons . C'est à une telle situation que correspond ce que l'on a l'habitude d'appeler « une situation de rationnement de capital ». Cette situation peut être le fait de l'environnement financier qui n'entend pas satisfaire l'ensemble des demandes de fonds qui lui sont adressées parl'entreprise: on parlera dans ce cas de rationnement *externe* de capital. Elle peut être, tout simplement, le fait des dirigeants de l'entreprise qui limitent volontairement le niveau de leurs appels de fonds au marché, même lorsque celui-ci accepterait volontiers d'y répondre,ou sur la base de considérations stratégiques, allouent à leurs différentes filiales des budgets d'investissement qui ne sauraient d'aucune façon être dépassés: on parlera dans ce cas de rationnement *interne* de capital

Nous n'analyserons pas. à ce stade, les motivations des dirigeants et prêteurs qui poussent ceux-ci à agir en ce sens: elles seront étudiées plus longuement lorsque nous aborderons les problèmes liés à la décision de financement externe des entreprises. Nous nous contenterons ici de prendre acte de cet état de fait et d'en tirer la conséquence sur le contenu du programme d'investissement d'une entreprise:tous les projets ne pouvant être réalisés, seront seuls retenus les projets qui, ensemble, fourniront à l'entreprise la plus grande valeur actuelle nette intégréecompatible avec la limite budgétaire adoptée.

Dans le cadre de ce chapitre nous analyserons deux méthodes de détermination du programme d'investissement d'une entreprise: une méthode *traditionnelle* associée à
l'établissement d'un ordre prioritaire de réalisation des projets et une méthode concurrente,plus *analytique*, faisant appel aux techniques de programmation linéaire.

Section 1 Une méthode traditionnelle: l'établissement d'un ordre de réalisation prioritaire des projets d'investissements d'une entreprise

Deux cas seront successivement analysés: celui d'un rationnement limité à une période ,puis celui d'un rationnement du capital quasi-permanent.

1. Cas d'un rationnement de capital limité à une période

Supposons qu'au terme de la procédure d'évaluation de ses projets, une entreprise ait la possibilité de réaliser les projets rentables suivants:

Tableau 4.1

Projets	*Dépense initiale du projet*	*VANI du projet*	*VANIU du projet*
A	*-1000*	*700*	*0.70*
B	*-3000*	*1800*	*0.60*
C	*-2000*	*1100*	*0.55*
D	*-2000*	*1000*	*0.50*
E	*-6000*	*1800*	*0.30*

F	*-2000*	*500*	*0.25*
G	*-4000*	*800*	*0.20*
H	*-10000*	*500*	*0.05*

La réalisation de tous ces projets exigerait une dépense totale de 30 000. Que se passe-t-il si l'entreprise ne dispose que de 10000 francs et n'envisage pas de dégager, ou ne peut pas dégager, de disponibilités supplémentaires ?

Les dirigeants de l'entreprise pourraient, dans un premier temps, être tentés de faire la liste des programmes d'investissement réalisables, d'évaluer ces programmes et de retenir le programme d'investissement le plus rémunérateur.

Dans le cas présent, la liste des programmes alternatifs est facile à établir, le nombre de projets étant peu élevé. Il peut en aller autrement lorsque ce nombre de projets est élevé. Aussi est-il souhaitable de mettre au point une procédure permettant, dès le départ, d'éliminer les quelques programmes n'ayant aucune chance de constituer ce programme optimal. Pour cela, on pourrait, par exemple, se référer à l'ensemble des règles suivantes:

- ranger les projets dans un *ordre croissant de taille* et compter le nombre de projets compatibles avec la contrainte budgétaire: (ici nous obtenons 5 projets *A, C, D, F,* G). Dès lors toutes les combinaisons intégrant plus de 5 projets peuvent être retirées de la compétition.
- ranger les projets dans un *ordre décroissant de valeur actuelle nette intégrée* et compter combien de projets peuvent être réalisés avant que l'on se heurte à la contrainte budgétaire (ici 3 projets, les projets *B, E, A).* Dès lors. toutes les combinaisons intégrant moins de 3 projets peuvent également être retirées de la compétition.

En conséquence ne seraient comparés que les programmes d'investissement correspondant à des combinaisons de 3, 4 et 5 projets: toutefois même à ce stade, le nombre de combinaisons possibles peut encore être très élevé *(*$C_8^3 + C_8^4 + C_8^5$ = 217). Cette méthode ne s'avère donc pas très performante.

Face à une telle situation, les dirigeants peuvent encore songer à réaliser, dans l'ordre de leur rentabilité présumée par franc investi, les différents projets jusqu'à ce que le montant des fonds disponibles soit *totalement ou* le plus complètement utilisé. A partir de l'exemple précédent, une telle attitude équivaudrait à réaliser successivement les projets *A, B, C, D,* puis *F,* le projet *E* ne pouvant être réalisé intégralement: la réalisation de ce programme aboutirait alors à une valeur actuelle nette intégrée totale de 5100, le maximum compatible avec les projets ci-dessus. Pour le vérifier, il suffit de comparer ce montant avec celui fourni par chacune des autres combinaisons de 3 à 5 projets que permettrait une dépense initiale de
10 000.

Tableau 4.2

Programme d'investissement éventuel *I*	*Dépense initiale du programme* *II*	*VANI totale du programme en cas de réalisation*	*Programme 'optimal'* *IV*

		III	
D,E,F	*-10000*	*3300*	
A,B,E	*-10000*	*4300*	
A,B,C,D,F	*-10000*	*5100*	*
C,D,E	*-10000*	*3900*	
A,B,C,G	*-10000*	*4400*	
A,B,F,G	*-10000*	*3800*	
C,D,F,G	*-10000*	*4400*	

Ce mode de sélection a un sérieux avantage: sa rapidité. Par ailleurs, en mettant l'accent sur la réalisation immédiate des projets les plus rentables, il conduit au rythme de rentrées de trésorerie le plus élevé et, en conséquence,à un élargissement rapide de la contrainte budgétaire à laquelle l'entreprise est éventuellement soumise. Il n'est pas toutefois sans présenter quelques inconvénients: ainsi notamment G.D. Quirin [1] fait remarquer que l'adoption d'une telle règle de décision équivaut à reporter d'un an les projets se situant en fin de liste, avant même que l'on ait tenté de se demander s'ils étaient plus faciles à reporter que les autres. Or, s'il advenait que certains projets très rentables aujourd'hui le soient encore davantage dans un an., il serait,selon lui, préférable de réaliser aujourd'hui un projet se situant en bas de liste, si un retard d'un an dans la réalisation du projet était de nature à grever lourdement sa rentabilité potentielle. Pour tenir compte de cet état des choses G.D. Quirin propose une prise en considération *simultanée* de deux critères: L'un, *la rentabilité par franc investi* des projets, l'autre leur *facilité de report.* Pour mesurer cette facilité de report il suggère de comparer la valeur actuelle nette intégrée des projets s'ils étaient réalisés aujourd'hui et la valeur actuelle nette intégrée des mêmes projets s'ils devaient l'être un an plus tard. Ainsi, pourrait-on avoir par exemple:

Tableau 4.3

Projets	*Dépense initiale du projet*	*VANI du projet en cas de réalisation immédiate du projet*	*VANI du projet en cas de réalisation l'année prochaine*	*% perte liée au report du projet (par franc investi)*
**A*	*-1000*	*700*	*650*	*- 5%*
**B*	*-3000*	*1800*	*1400*	*-13.3%*
**C*	*-2000*	*1100*	*1050*	*-2.5%*
**D*	*-2000*	*1000*	*800*	*-10%*
E	*-6000*	*1800*	*1700*	*-1.6%*
**F*	*-2000*	*500*	*600*	*+5%*
G	*-4000*	*800*	*400*	*-10%*
H	*-10000*	*500*	*450*	*-0.50%*

[1] G . D. Quirin. The Capital Expenditure Decision,R.D.Irwin,1967,pp. 181-184

Au terme de cette comparaison *F* apparaît donc être l'un de ces projets que l'entreprise aurait tout intérêt à reporter, puisque en terme de valeur actuelle nette intégrée son report se traduirait par une amélioration de la performance de celui-ci. De même, la réalisation des projets *H, E* et même *C* pourrait, dans l'hypothèse où les fonds seraient insuffisants pour réaliser immédiatement l'ensemble des projets, également être retardée, la pénalité associée au report de ces projets étant faible. Inversement *D, G* et *B* paraissent devoir être réalisés en priorité:

Dès lors, selon Quirin, une solution pourrait consister à retirer les projets *F* et *C* du programme jugé optimal précédemment, et donc libérer 4000 qui pourraient alors être utilisés à la réalisation d'un projet plus difficilement « reportable» tel que *G*. Le nouveau programme considéré serait dés lors constitué des projets A,B,D et G .

Pour mettre en évidence les conséquences d'une telle modification du programme; il suffit de comparer les valeurs actuelles nettes intégrées des deux programmes concurrents, sachant qu'en raison de notre hypothèse de rationnement de capital limité à une période, tous les projets en concurrence seront réalisés (les uns immédiatement, les autres dans un délai d'un an).

Tableau 4.4

Projets	*Dépense initiale du projet*	*Programme initial (méthode classique)*	*Programme final (méthode de Quirin)*
A	*-1000*	*700**	*700**
B	*-3000*	*1800**	*1800**
C	*-2000*	*1100**	*1050*
D	*-2000*	*1000**	*1000**
E	*-6000*	*1700*	*1700*
F	*-2000*	*500**	*600*
G	*-4000*	*400*	*800**
H	*-10000*	*450*	*450*
		7650	*8100*

** valeur actuelle nette intégrée d'un projet dont la réalisation est immédiate*

La V.A.N.I. du second programme apparaît ici supérieure.(8100 contre 7650)

Les dirigeants auraient donc en fait intérêt à retenir le programme d'investissement constitué des projets A, *B, D* et G, les autres projets potentiels étant reportés d'un an.

Cette suggestion de G.D. Quirin apparaît à première vue très séduisante: elle n'est toutefois valable que dans le cadre restreint d'un rationnement du capital limité à une période. Dans ce cas en effet, l'entreprise est censée pouvoir se procurer en $t + 1$ tous les capitaux dont elle aura alors besoin pour financer ses investissements rentables, y compris les investissements ayant fait l'objet d'un report en t.

Mais il en va différemment si l'entreprise année après année a toujours trop d'opportunités rentables d'investissement pour les capitaux qu'elle a à mettre en oeuvre. Dans ce cas en effet elle a tout intérêt, dans la mesure où elle n'a pas à craindre une pénurie d'occasions rentables d'investissement, à réaliser immédiatement les plus rémunératrices. Tout autre comportement aurait pour conséquence immédiate une diminution de la rentabilité moyenne des investissements de l'entreprise ; nous en avons ici une illustration: L'utilisation de la méthode de Quirin ne permettrait d'obtenir des 10 000 engagés que 4 300 au lieu de 5 100 pour l'exercice *t*

Aussi est-il préférable d'en rester dans ce cas à la solution traditionnelle en matière d'élaboration d'un ordre de priorité des projets.

2. Cas d'un rationnement de capital étendu à plusieurs périodes

Quelques auteurs[2] ont montré que la validité de la méthode traditionnelle précédente n'est en rien affectée par l'élargissement du nombre des périodes de références: un exemple d'application de cette méthode traditionnelle associée à un rationnement de capital sur deux périodes est le suivant présenté à l'origine par J.H. Lorie et L.J. Savage [3],

Ces deux auteurs envisagent le cas d'une entreprise qui disposerait d'un budget de 50 cette année. et d'un budget de 20 l'an prochain pour financer un programme d'investissement à partir des projets suivants:

Tableau.4.5

Projet *j*	*VANI du projet j* b_j	*VANIU du projet j*	*Dépense initiale à la période 0* $C_{0,j}$	*exigée par le projet à la période 1* $C_{1,j}$
1	*14*	*0.95*	*12*	*3*
2	*17*	*0.28*	*54*	*7*
3	*17*	*1.48*	*6*	*6*
4	*15*	*1.92*	*6*	*2*
5	*40*	*0.65*	*30*	*35*
6	*12*	*1.05*	*6*	*6*
7	*14*	*0.27*	*48*	*4*
8	*10*	*0.26*	*36*	*3*
9	*12*	*0.58*	*18*	*3*
taux d'actualisation 10 %			*total disponible à la période 0* $DEP_0 = 50$	*total disponible à la période 1* $DEP_1 = 20$

2 R.H.Fogler, Overkill in Capital Budgeting ,Financial Management,Spring 1972,pp.92-96

3 J. H . Lorie et L J. Savage ,Three Problems in Rationing Capital,Journal of Business,October 1955,pp.229-239

Retenir le programme susceptible de fournir la valeur actuelle nette intégrée la plus élevée possible pour la limite budgétaire donnée, est l'objectif final de la procédure de choix;
celle-ci pourrait consister là encore à effectuer un classement des projets selon leur ordre de rentabilité par franc investi, et à les réaliser dans l'ordre de leur priorité.Si nous retenons comme mesure de performance le rapport *Valeur actuelle nette intégrée d'un projet/ Total actualisé des sorties de fonds sur les deux périodes pour ce projet* ,cet ordre de priorité serait:

Tableau 4.6

Projet j	*VANIU du projet j*	*Dépense initiale à la période 0 $C_{0,j}$*	*exigée par le projet j à la période 1 $C_{1,j}$*
*4	1.92	6	2
*3	1.48	6	6
*6	1.05	6	6
*1	0.95	12	3
5	0.65	30	35
*9	0.58	18	3
2	0.28	54	7
7	0.27	48	4
8	0.26	36	3

* *projets appartenant au programme d'investissement le plus rentable pour la limite budgétaire retenue*

Le contenu du budget d'investissement est alors facile à identifier: d'ores et déjà il est possible d'éliminer de la solution tous les projets violant l'une ou l'autre des contraintes budgétaires: le projet 5 violant la contrainte budgétaire de l'année 1 et le projet 2 violant la contrainte budgétaire de l'année 0 sont dans ce cas. Compte tenu des moyens disponibles le programme sera constitué des projets 4, 3, 6, 1 et 9 fournissant la plus grande valeur actuelle nette intégrée (70).

Il apparaît donc qu'une technique aussi simple que la précédente peut dans quelques cas être utile dans le cadre du choix du programme d'investissement d'une entreprise: nous allons à travers l'analyse d'un cas simplifié en fournir une autre illustration, en mettant l'accent cette fois sur les différentes étapes de la méthode, et les moyens de les franchir.

3. Un exemple d'utilisation de la méthode traditionnelle: application à la société Athis

3.1. Les données du problème

Monsieur Mons, Directeur général de la société Athis vient de se faire communiquer les propositions d'investissement des diverses sections d'exploitation de l'entreprise.

Douze projets demeurent encore en compétition: les caractéristiques de ces projets sont présentées au tableau 4.7.

La procédure fiscale d'amortissement habituellement retenue est la procédure d'amortissement linéaire. On prévoit pour chacun des projets d'investissement une valeur résiduelle nulle au terme de sa durée de vie; quant au taux d'imposition des bénéfices de la société, il est supposé de 50 %.

Compte tenu du fait que les dirigeants de la société s'imposent traditionnellement un taux de rejet de leurs projets d'investissement de 10% net d'impôts, et pensent pouvoir tabler

Tableau 4.7

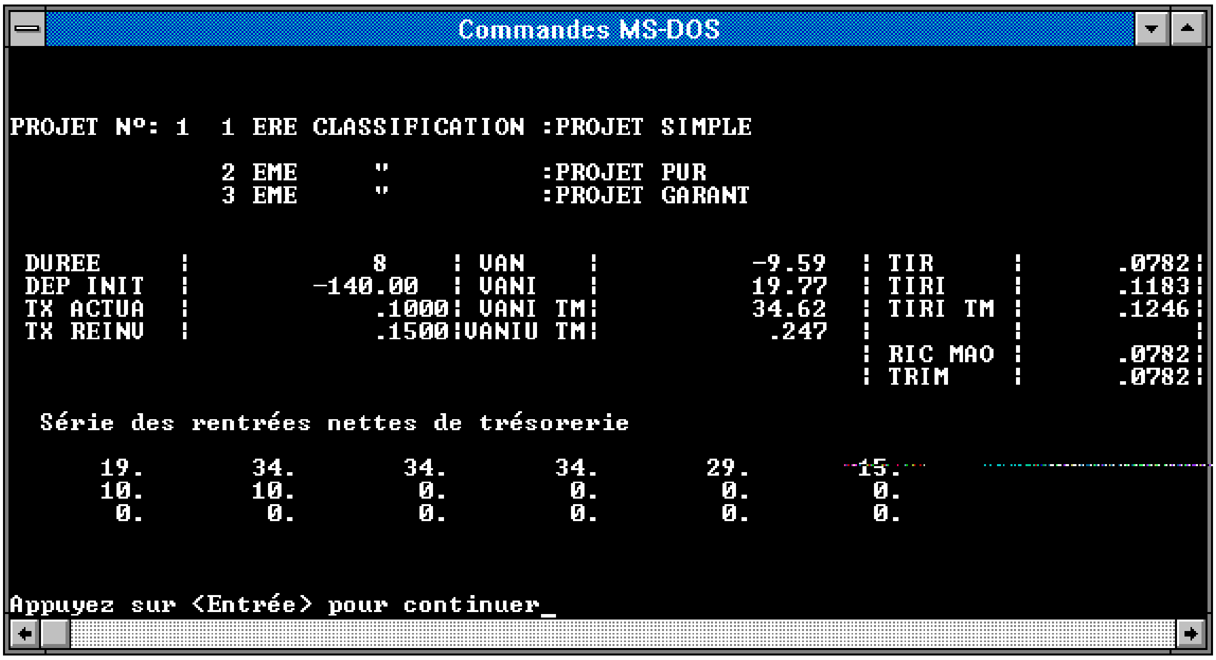
N° du projet	Dépense initiale d'investissement de l'année t		Rentrées nettes de trésorerie annuelles en t du projet (avant impôts)										Durée fiscale d'amortissement
	$t = 0$	$t = 1$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$	$t = 6$	$t = 7$	$t = 8$	$t = 9$	$t = 10$	
1	140	–	10	40	40	40	30	30	20	20			5 ans
2	300	–	80	80	80	80	80	80	–	–			5 ans
3	48	–	30	30	20			–	–				3 ans
4	70	60	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	5 ans
5	50	–	16	16	16	16	16	10	10	10			5 ans
6	130	50	20	40	50	70	50	20	–	–			5 ans
7	30	–	10	14	14	10		–	–	–			3 ans
8	30	–	12	12	12	8	8	–	–	–			5 ans
9	400	–	60	140	140	90	60	40	40	40	30	20	4 ans
10	80	50	30	40	40	40	40	20	20	–			5 ans
11	60	–	36	36	8	–	–	–	–	–			3 ans
12	160	–	56	56	56	56	56	–	–	–			5 ans

(Milliers de francs)

pour le réinvestissement des rentrées nettes de trésorerie sur un taux de rentabilité de l'ordre de 15 %, il est demandé d'estimer la rentabilité de chacun des projets d'investissement ci-dessus, et de préciser quels seraient les projets retenus si l'enveloppe financière disponible de l'entreprise était de 610 000 francs.

3.2. Eléments de solution

Nous n'avons pas l'intention de présenter la solution en détail, mais au contraire d'en présenter les points forts, celle-ci gagnant de toute façon à être automatisée *via* l'utilisation d'un logiciel adéquat. Le logiciel PILOT2 utilisé ici est un exemple de logiciel pouvant servir à la résolution de ce genre de problèmes.L'écran de sortie sera du type suivant pour le premier des projets dont la réalisation est envisagée par la société ATHIS



Les critères de rentabilité utilisés ici seront les critères de la valeur actuelle nette intégrée et valeur actuelle nette intégrée unitaire.(dans leur version Tmax :TM sur l'écran précédent)

Préalablement au calcul de la rentabilité des projets, doivent être résolus deux problèmes: en premier lieu il doit être tenu compte du fait que ce sont les flux de trésorerie *nets d'impôts* qui intéressent les dirigeants d'entreprise et non les flux de trésorerie bruts: un traitement préalable de ces flux pour tenir compte de la fiscalité s'impose donc; en second lieu, les projets analysés ont comme caractéristique d'être des alternatives incomplètes tant du point de vue du montant que de la durée. Il convient donc de les rendre comparables de ces deux points de vue avant d'évaluer leur rentabilité.

La prise en considération de l'élément fiscal et l'évaluation des rentrées nettes de trésoreries annuelles des différents projets

Si nous appelons:

$(R_t - D_t)_B$ les rentrées nettes de trésorerie avant tout prélèvement fiscal associées à un projet donné pour l'année t,
$(R_t - D_t)_N$ les rentrées nettes de trésorerie après le prélèvement fiscal,
A_t le montant des amortissements fiscaux passés en t pour le projet étudié
π le taux de l'impôt sur les bénéfices des sociétés

il s'agit d'effectuer pour chacune des années de la période d'observation l'opération suivante:

$$(R_t - D_t)_N = (R_t - D_t)_B - \text{impôts à payer}$$

ou

$$(R_t - D_t)_N = (R_t - D_t)_B - \quad [(R_t - D_t)_B - A_t]$$

ou encore

$$(R_t - D_t)_N = (1 - \quad)(R_t - D_t)_B + \quad . A_t$$

Les tableaux *4.8. a* et *4.8. b* illustrent la procédure suivie pour le projet 1, selon deux méthodes concurrentes de comptabilisation des économies d'impôts lorsqu'un projet est fiscalement déficitaire.

Tableau 4.8.a   Projet 1

Dépense initiale= 140 — Durée de vie =8 ans

Durée fiscale d'amortissement=5 ans — Régime d'amortissement =linéaire

Valeur résiduelle en fin d'exploitation =0

Rubriques	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
[1]dépense initiale du projet d''investissement	*-140*								
[2]Rentrées annuelles d'exploitation									
[3]- Frais variables d'exploitation									
[4]=rentrées nettes de trésorerie annuelles avant impots		*10*	*40*	*40*	*40*	*30*	*30*	*20*	*20[1]*
[5]-Annuité d'amortissement		*-28*	*-28*	*-28*	*-28*	*-28*	-	-	-
[6]=Bénéfice avant impots		*-18*	*12*	*12*	*12*	*2*	*30*	*20*	*20*
[7]-Impots sur les bénéfices(50%)		*+9*	*-6*	*-6*	*-6*	*-1*	*-15*	*-10*	*-10[2]*
[8]=Bénéfices nets après impots		*-9*	*6*	*6*	*6*	*1*	*15*	*10*	*10*
[9]=+Annuité d'amortissement		*+28*	*+28*	*+28*	*+28*	*+28*	-	-	-
[10]=Rentrées nettes de trésorerie annuelles du projet		*19*	*34*	*34*	*34*	*29*	*15*	*10*	*10*
[11]Ensemble des flux nets de trésorerie associés au projet	**-140**	**19**	**34**	**34**	**34**	**29**	**15**	**10**	**10**

(1)rentrées auxquelles il conviendrait d'ajouter,le cas échéant,la valeur résiduelle en find'exploitation
(2)auxquels il conviendrait d'ajouter,l'année de cession del'équipement,l'impôt sur les plus-values en capital réalisées à l'occasion de cette cession

Le tableau *4.8. a* part de l'hypothèse que le déficit fiscal associé à un projet donné pour une année donnée va être compensé cette année là par le bénéfice fiscal réalisé sur un autre projet [4] :le déficit de l'un va donc entraîner une non imposition à concurrence d'un même montant du bénéfice de l'autre.Pour cette raison on va affecter au projet fiscalement déficitaire les économies d'impôt que ce déficit a permis de réaliser sur les bénéfices du second.

Cette compensation *inter-projets* envisageable une année donnée, est effectivement la règle au sein des entreprises lors de l'établissement des résultats; il n'en demeure pas moins que cette interférence des flux de trésorerie d'un projet avec les flux de trésorerie d'un autre projet due à la fiscalité peut être jugée néfaste lorsque l'objectif majeur du calcul est d'évaluer au plus juste la

[4]. De l'année ou d'une année antérieure

rentabilité intrinsèque d'un projet donné. Aussi pour répondre à ce souci propose-t-on souvent (et c'est l'hypothèse du tableau *4.8. b*) à la place d'une compensation inter-projets des bénéfices et pertes des projets pour un exercice donné, *une compensation inter-exercices* des bénéfices et pertes associés à un projet donné, dans les limites bien entendu des possibilités fiscales de report de déficits.

Tableau 4.8.b Projet 1

Dépense initiale= 140 Durée de vie =8 ans
Durée fiscale d'amortissement=5 ans Régime d'amortissement =linéaire
Valeur résiduelle en fin d'exploitation =0

Rubriques	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
[1]Dépense initiale du projet	*-140*								
[2]Rentrées annuelles d'exploitation									
[3]=-Frais variables d'exploitation annuels									
[4]=Rentrées nettes de trésorerie annuelles avant impôts		*10*	*40*	*40*	*40*	*30*	*30*	*20*	*20*[1]
[5]-Annuité d'amortissement		*-28*	*-28*	*-28*	*-28*	*-28*	-	-	-
[6]=Bénéfices avant impôts		*-18*	*12*	*12*	*12*	*2*	*30*	*20*	*20*
[7]-Impôts sur les bénéfices(50%)		*0*	*0*	*-3*	*-6*	*-1*	*-15*	*-10*	*-10*[2]
[8]=Bénéfices nets après impôts		*-18*	*12*	*9*	*6*	*1*	*15*	*10*	*10*
[9]+Annuité d'amortissement		*+28*	*+28*	*+28*	*+28*	*+28*	-	-	-
[10]=Rentrées nettes de trésorerie annuelles après impôts		*10*	*40*	*37*	*34*	*29*	*15*	*10*	*10*
[11]Ensemble des flux de trésorerie associés au projet	**-140**	**10**	**40**	**37**	**34**	**29**	**15**	**10**	**10**

(1)rentrées auxquelles il conviendrait d'ajouter,le cas échéant,la valeur résiduelle en find'exploitation
(2)auxquels il conviendrait d'ajouter,l'année de cession del'équipement,l'impôt sur les plus-values en capital réalisées à l'occasion de cette cession

Les calculs présentés ultérieurement correspondent à la première de ces hypothèses (compensation des excédents et déficits fiscaux des projets au sein de chaque année).

Le traitement des alternatives incomplètes du point de vue de la durée et du montant

Le traitement des alternatives incomplètes du point de vue du montant

Le recours au critère de la valeur actuelle nette intégrée unitaire permet de régler ce problème des alternatives incomplètes du point de vue du montant.

Le traitement des alternatives incomplètes du point de vue de la durée

La solution suggérée précédemment était de ramener l'ensemble des projets d'investissement étudiés à une même durée, la durée associée au projet le plus durable [5] en incorporant l'hypothèse d'un réinvestissement du capital disponible à la fin de la durée de vie économique du projet jusqu'à la fin de la durée de vie économique du projet le plus long, à un taux r_s représentatif de la rentabilité moyenne d'exploitation attendue de l'entreprise pour les prochaines années.

Si nous appelons

$VANI_{k,rs}$ la valeur actuelle nette intégrée du projet étudié,
T la durée de vie économique du projet étudié,
T_{MAX} la durée de vie économique du projet le plus long du programme d'investissement étudié,
k le taux d'actualisation de base des dirigeants d'entreprises.taux de rentabilité minimum exigé par eux de leurs investissements
r_s le taux de rentabilité net d'impôt attendu du réinvestissement des flux de trésorerie annuels associes aux projets d'investissement,
$(R_t - D_t)_N$ les flux de trésorerie nets d'impôts associés au projet pour l'exercice *t*,

L'expression qui dans ce cas, nous fournira la valeur actuelle nette intégrée d'un projet quelconque sera:

$$VANI_{k,rs} = \frac{\left[\sum_{t-1}^{T}(R_t - D_t)_N(1+r_s)^{T-t} + S_T\right](1+r_s)^{T_{MAX}-t}}{(1+k)^{T_{MAX}}} - DEP'_0$$

Les *V.A.N.I.* des divers projets concurrents sont dès lors directement comparables.

C'est sur ces bases qu'ont été calculés par l'intermédiaire du logiciel PILOT2 ($VANI_{TM}$) les éléments présentés aux tableaux *4.9. a*, *4.9. b* et *4.9. c* et aux graphiques *4.10. a* et *4.10. b*.

---

[5]. Si cette durée est raisonnable: une durée de 10 à 12 ans étant une durée maximale admissible dans la plupart des cas

Tableau 4.9.a Données initiales

Tableau 4.9.b

Durée maximum = 10 ans, taux k = 0,10, taux r_s = 0,15, fonds disponibles = 610, nombre de projets = 12

Numéro du projet	Durée de vie	Durée amortissement	Dépense initiale (en milliers de francs)			Rentrées nettes de trésorerie attendues (avant imposition) (en milliers de francs)									
			0	1	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	8	5	140	0	0	10	40	40	40	30	30	20	20	0	0
2	6	5	300	0	0	80	80	80	80	80	80	0	0	0	0
3	3	3	48	0	0	30	30	20	0	0	0	0	0	0	0
4	10	5	70	60	0	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
5	8	5	50	0	0	16	16	16	16	16	10	10	10	0	0
6	6	5	130	50	0	20	40	50	70	50	20	0	0	0	0
7	4	3	30	0	0	10	14	14	10	0	0	0	0	0	0
8	5	5	30	0	0	12	12	12	8	8	0	0	0	0	0
9	10	4	400	0	0	60	140	140	90	60	40	40	40	30	20
10	7	5	80	50	0	30	40	40	40	40	20	20	0	0	0
11	3	3	60	0	0	36	36	8	0	0	0	0	0	0	0
12	5	5	160	0	0	56	56	56	56	56	0	0	0	0	0

Tableau 4.9. b.

Numéro projet	Flux nets de trésorerie (après imposition) en milliers de francs											*V.A.N.I.*	*V.A.N.I.U.*	Dépense initiale actualisée
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1	− 140	19	34	34	34	29	15	10	10	0	0	34,62	0,247	140
2	− 300	70	70	70	70	70	40	0	0	0	0	92,97	0,310	300
3	− 48	23	23	18	0	0	0	0	0	0	0	28,78	0,600	48
4	− 70	− 43	23	23	23	23	16	10	10	10	10	17,61	0,141	124,55
5	− 50	13	13	13	13	13	5	5	5	0	0	26,82	0,536	50
6	− 130	− 27	38	43	53	43	15	0	0	0	0	35,38	0,202	175,45
7	− 30	10	12	12	5	0	0	0	0	0	0	14,48	0,483	30
8	− 30	9	9	9	7	7	0	0	0	0	0	13,73	0,457	30
9	− 400	80	120	120	95	30	20	20	20	15	10	127	0,317	400
10	− 80	− 27	33	33	33	33	15	10	0	0	0	49,50	0,395	125,45
11	− 60	28	28	14	0	0	0	0	0	0	0	25,36	0,423	60
12	− 160	44	44	44	44	44	0	0	0	0	0	70,05	0,438	160

Graphique 4.10.a

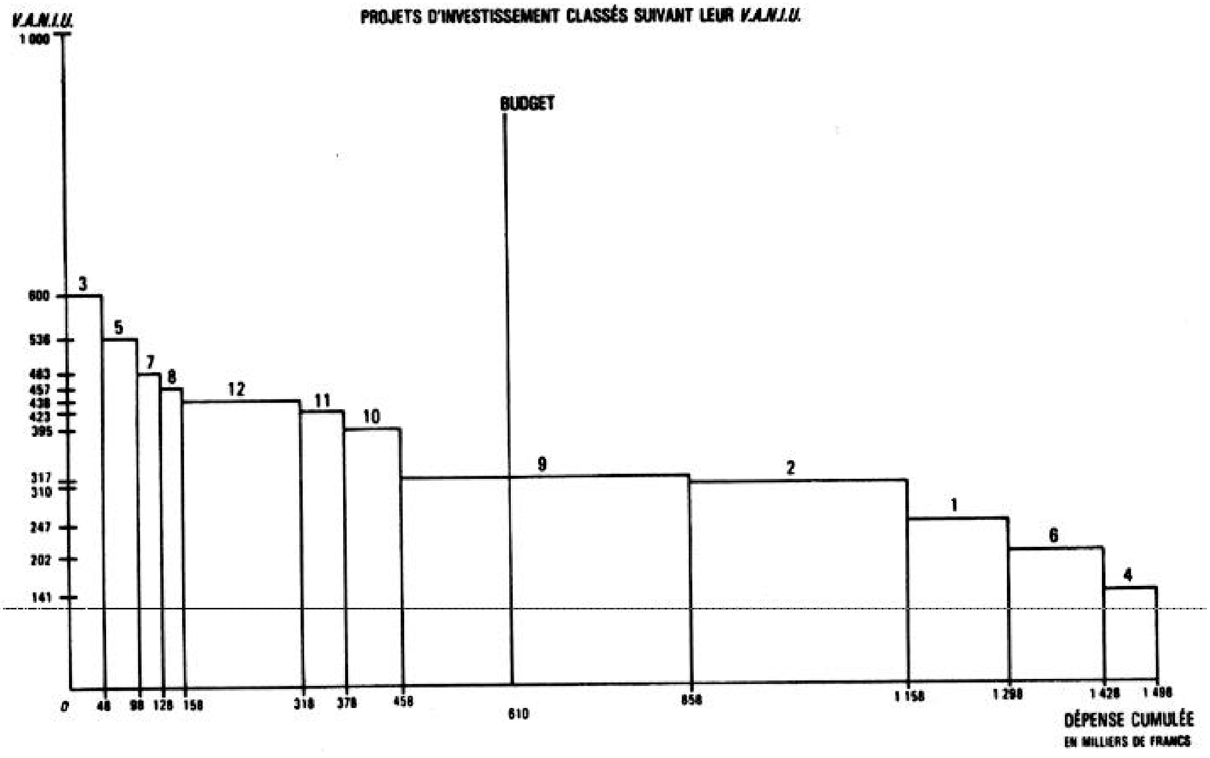


Tableau 4.9.c Classement des projets selon leur valeur actuelle nette intégrée unitaire

Numéro du projet	VANIU du projet	Montant dépense initiale période 0 (en milliers de francs)	Montant dépense initiale période 1 (en milliers de francs)
3	0.600	48	0
5	0.536	50	0
7	0.483	30	0
8	0.457	30	0
12	0.438	160	0
11	0.423	60	0
10	0.395	80	50
9	0.317	400	0
2	0.310	300	0
1	0.247	140	0
6	0.202	130	50
4	0.141	70	60

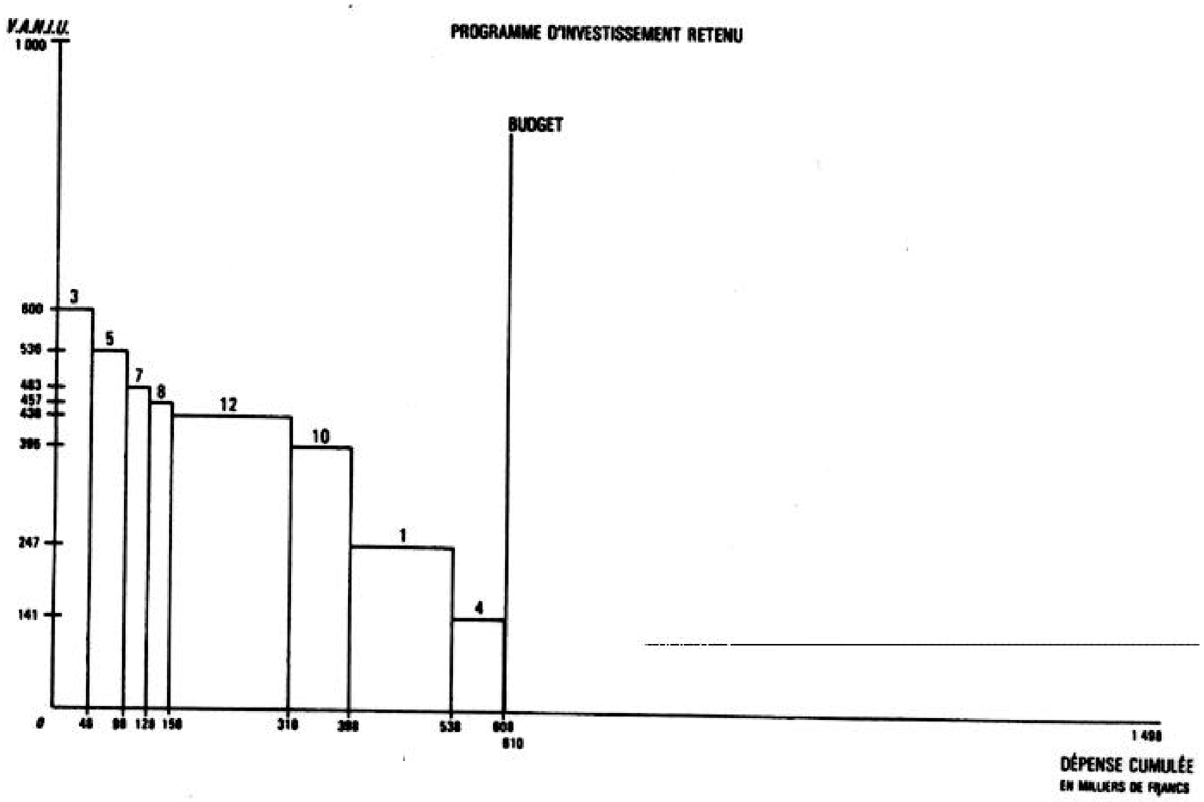
Numéro des projets retenus
3
5
7
8
12
11
10
1
Montant de la dépense initiale en t=0 598 000 Francs
Montant de la dépense initiale en t=1 50 000 Francs
Valeur Actuelle Nette Intégrée du programme VANI=263 330
Valeur Actuelle nette Intégrée Unitaire VANIU= 0.409

A la contrainte budgétaire de 610 000 et aux données présentées correspond, après estimation des valeur actuelle nette intégrée(*V.A.N.I.*) et valeur actuelle nette intégrée unitaire (*V.A.N.I.U.)* des différents projets, à un programme d'investissement constitué des projets 3, 5, 7, 8, 12, 11, 10 et 1 exigeant une dépense de 598 000 francs pour l'année 0 et de 50 000 pour l'année

1 et laissant entrevoir une valeur actuelle nette intégrée totale du programme égale à 263 330 *(V.A.N.I.U.* du programme: = 263 330/643 455 = 0.409).

L'exemple que nous venons de donner de l'utilisation de la méthode traditionnelle à partir de projets indépendants est sans doute relativement simple. Toutefois il convient de faire remarquer que l'existence de projets *dépendants* parmi les projets étudiés, si elle complique parfois l'analyse n'invalide pas pour autant la méthode présentée. A titre d'exemple, supposons que les projets 11 et 12 soient *mutuellement exclusifs*, et que les projets 6 et 9 soient des *projets contingents* (la réalisation du projet 9 exige au préalable celle du projet 6:)

Graphique 4.10.b



L'observation de la figure *4.10. b.* permet d'en déduire très rapidement que dans ce cas le choix des dirigeants devrait se porter sur le programme [3, 5, 7, 8, 12, 10, 1 et 4] demandant pour l'année 0 une dépense de 608000 francs, pour l'année 1 une dépense de
110 000 francs et fournissant une valeur actuelle nette intégrée totale à 255 580 francs *(V.A.N.I.U.* du programme = 255 580/708000 = 0.361). La méthode qui vient d'être présentée est donc particulièrement utile et bien des auteurs la considèrent comme largement suffisante [6].

[6]. Pour une présentation des principaux arguments allant en ce sens se reporter aux contributions suivantes:
J. A. Fuller,Optimal Solutions Versus 'Good Solutions':an Analysis of Heuristic Decision-making,Omega,n°6,1978,pp.479-484

Il convient cependant de faire remarquer que lorsque les projets potentiels d'une entreprise sont très nombreux et/ou que les contraintes budgétaires portent sur un plus grand nombre d'années, il devient difficile de se rendre compte si la solution retenue est la solution optimale; c'est dans ces conditions qu'on peut songer à faire appel à une technique comme la programmation linéaire, qui facilite l'identification de cette solution optimale.

Section 2 Une méthode concurrente: l'usage des techniques de programmation linéaire pour la sélection d'un programme d'investissement

Pour montrer en quoi cette méthode est intéressante, il n'est pas indispensable de retenir un exemple complexe. Nous nous limiterons tout d'abord à la résolution du problème classique de J.H. Lorie et L.J. Savage. Quelques complications du problème seront ensuite progressivement introduites.

1. Illustration de la méthode à partir du problème de Lorie et Savage

1.1. La formulation du problème

H.M. Weingartner [7] a le premier montré que le problème de J.H. Lorie et L.J. Savage appartient à une classe de problèmes auxquels on peut associer la formulation suivante:

Maximiser:

$$\Gamma = \sum_{j=1}^{n} b_j X_j$$

sous les contraintes suivantes

$$\sum_{j=1}^{n} d_{jt} X_j \leq L_t \qquad t = 0,1,\cdots,T$$

$$0 \leq X_j \leq 1 \qquad j = 1,2,\cdots,n$$

où

b_j est la valeur actuelle nette intégrée associée au $j^{ième}$ projet

J. S. Hughes, W. G. Lewellen,Programming Solutions to Capital Rationing Problems,Journal of Business Finance and Accounting,Spring 1974,pp.55-74],

ou encore H . R . Fogler,Overkill in Capital Budgeting,Financial Management,Spring 1972,pp.92-96.

Pour une mise en oeuvre de la méthode précédente il est possible d'utiliser le logiciel PILOT2 du Céréfia (pour une description de ce logiciel consulter le site Internet du Cerefia (Université de Rennes 1/Faculté des sciences économiques/Cerefia/Logiciels/Pilot2)

[7] H . M . Weingartner,Mathematical Programming and the Analysis of Capital Projects,Chicago:Markham Publishing Company,1967

d_{jt}, est la dépense initiale nécessaire à la période t pour la réalisation du j^{ieme} projet

X_j la fraction du *jième* projet qui sera effectivement mise en oeuvre

L_t le montant des disponibilités financières de l'entreprise pour la période t

T le terme de l'horizon de référence

et n le nombre des projets étudiés.

A la première équation correspond la *fonction objectif* du problème: il s'agit de trouver les n valeurs de X_j susceptibles de fournir la plus grande valeur de Γ la valeur actuelle nette intégrée du programme d'investissement .

Quant aux contraintes elles sont de deux ordres:

- les unes concernent les *disponibilités financières* de l'entreprise: le total des fonds dépensés à chaque période par l'entreprise pour la réalisation du programme d'investissement ne peut excéder ses disponibilités du moment,
- les autres concernent la *nature des projets* d'investissement étudiés; un pourcentage de réalisation négatif d'un projet quelconque n'ayant aucun sens ,on aura toujours $X_j \geq 0$; par ailleurs, si l'on exclut la possibilité de dupliquer la réalisation de ces projets on aura $X_j \leq 1$.

1.2. La solution du problème de Lorie et Savage et son interprétation

Concrètement sur la base de l'exemple de Lorie et Savage (2 périodes [8] et 9 projets), il s'agit de *maximiser* la fonction: (voir tableau 4.5.précédent)

$$\Gamma = 14X_1 + 17X_2 + 17X_3 + 15X_4 + 40X_5 + 12X_6 + 14X_7 + 10X_8 + 12X_9$$

sous les contraintes suivantes:

$$12X_1 + 54X_2 + 6X_3 + 6X_4 + 30X_5 + 6X_6 + 48X_7 + 36X_8 + 18X_9 \leq 50$$

$$3X_1 + 7X_2 + 6X_3 + 2X_4 + 35X_5 + 6X_6 + 4X_7 + 3X_8 + 3X_9 \leq 20$$

et

$$0 \leq X_j \leq 1 \qquad pour \qquad j = 1,2,\cdots,9$$

La solution du problème de Lorie et Savage

L'application du programme Simplex [9] à ce problème nous fournit la solution optimale suivante:

[8]. Les périodes 0 et 1 correspondant à une durée d'étalement des dépenses en capital d'une année T= 1

$X_1 = 1$ $X_4 = 1$ $X_7 = 0.045$
$X_2 = 0$ $X_5 = 0$ $X_8 = 0$
$X_3 = 1$ $X_6 = 0.97$ $X_9 = 1$

conduisant à une valeur actuelle nette intégrée du programme égale à $\Gamma = 70{,}27$.

L'interprétation de la solution

L'interprétation des X_j est aisée: serait susceptible de fournir la plus grande valeur actuelle nette intégrée le programme d'investissement constitué des projets 1, 3, 4, 9 et d'une fraction des projets 6 et 7.

Toutefois l'intérêt de la programmation linéaire ne s'arrête pas à l'identification du programme optimal: l'interprétation des variables duales nous fournit en effet d'autres renseignements intéressants.

Le Dual du problème de Lorie et Savage

Nous savons en effet que tout problème de programmation linéaire ou problème primal a son *problème dual*. Ainsi, le problème dual du problème précédent peut s'écrire:

Minimiser

$$= \sum_{t=0}^{T} L_t . P_t + \sum_{j=1}^{n} U_j$$

sous les contraintes

$$\sum_{t=0}^{T} d_{jt} P_t + U_j \geq b_j \qquad j = 1,2,\cdots,n$$

et

$$P_t \geq 0 \qquad t = 0,1,\cdots,T$$

$$U_j \geq 0 \qquad j = 1,2,\cdots,n$$

expression dans laquelle les P_t et U_j sont de nouvelles variables appelées *variables duales.*

Plus précisément le dual du problème de Lorie et Savage est le suivant:

Minimiser

$$= 50P_0 + 20P_1 + U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_9$$

.

[9]C. Mc Millan Jr,Mathematical Programming: an Introduction to the Design and Application of Optimal Decision Machines,New-York,Wiley Series in Management and Administration,1970[,Appendix A, pp. 416-418

sous les contraintes:

$$\begin{gathered}12P_0 + 3P_1 + U_1 \geq 14 \\ 54P_0 + 7P_1 + U_2 \geq 17 \\ 6P_0 + 6P_1 + U_3 \geq 17 \\ 6P_0 + 2P_1 + U_4 \geq 15 \\ 30P_0 + 35P_1 + U_5 \geq 40 \\ 6P_0 + 3P_1 + U_6 \geq 12 \\ 48P_0 + 4P_1 + U_7 \geq 14 \\ 36P_0 + 3P_1 + U_8 \geq 10 \\ 18P_0 + 3P_1 + U_9 \geq 12\end{gathered}$$

avec

$$P_T \geq 0 \qquad t = 0,1.$$

et

$$U_j \geq 0 \qquad j = 1,2,\cdots,9$$

Les valeurs prises par les variables duales dans la solution optimale sont les suivantes:

$P_0 = 0.136$ $\quad P_1 = 1.864$

$U_1 = 6.77$	$U_4 = 10.45$	$U_7 = 0$
$U_2 = 0$	$U_5 = 0$	$U_8 = 0$
$U_3 = 5.00$	$U_6 = 0$	$U_9 = 3.95$

L'interprétation des variables duales

L'observation de ces variables duales est d'un grand intérêt:

- *Les P_t constituent, en effet, une mesure du coût d'opportunité associé à chacune des contraintes budgétaires*, et plus précisément ici, sont égales à l'augmentation de la valeur actuelle nette intégrée qui résulterait du relâchement d'une unité monétaire des contraintes budgétaires en question. Ainsi, dans le cas présent il apparaît que, si l’entreprise avait disposé de 51 pour la période 0 au lieu de 50, elle aurait pu obtenir du programme une valeur actuelle nette intégrée supérieure de 0.136. De même, si elle avait eu la possibilité de se procurer 21 au lieu de 20 pour la période 1, elle aurait pu accroître de 1.864 la valeur actuelle nette intégrée de ce programme. Dès lors, le responsable financier sur la base de ces données peut se demander s'il n'a pas intérêt à renoncer au rationnement interne de capital qu'il s'impose, en augmentant ses appels de fonds au marché des capitaux, ou pour le moins, s'il s'y refuse, à envisager un transfert de fonds de la période 0 à la période 1.

- *Les* U_j quant à eux, constituent *une mesure de la productivité marginale de chacun des projets d'investissement.* Ce n'est que pour les projets réalisés en entier $(X_J = 1)$ qu'on trouve un U_j non nul. Ce niveau des U_j d'un projet constitue un indice de l'intérêt que pourrait présenter pour l'entreprise une augmentation de la taille du projet en question.

Toutefois,malgré son intérêt, à la technique précédente sont associées certaines limitations qui la rendent, sous cette forme, relativement peu opérationnelle: c'est à la présentation de ces limitations et des moyens d'y remédier que sera consacré le second paragraphe.

2. L'élargissement du modèle de base

La nécessité d'un tel élargissement apparaît clairement lorsqu'on analyse les hypothèses sous-jacentes à l'exemple simplifié précédent:

- en premier lieu, si l'on se réfère tout d'abord à *la nature des projets retenus,* deux caractéristiques de ces projets apparaissent: il s'agit d'une part, de projets dont une réalisation partielle est admissible (projets d'investissement divisibles) et d'autre part, de projets indépendants. Or, la première caractéristique est par trop irréaliste, la réalisation à concurrence de 97% du remplacement d'une machine ou un achat à concurrence de 4.50% d'une autre machine n'ayant guère de signification. Par ailleurs, le fait de limiter l'utilisation de la technique aux seuls projets indépendants en réduit considérablement la portée. Une élimination de ces deux limites s'impose à l'évidence.
- en second lieu, si l'on se réfère cette fois à la *nature des contraintes financières* associées au modèle, d'autres faiblesses du modèle de base apparaissent.

. Ainsi peut-on, tout d'abord, faire remarquer que la formulation précédente des contraintes budgétaires ne permet d'aucune façon l'analyse des conséquences d'un transfert de fonds ou d'un transfert de projets d'une période à l'autre.

.De même peut-on faire remarquer que la référence aux *seules* contraintes budgétaires limite singulièrement la portée du modèle, d'autres contraintes financières additionnelles jouant un rôle tout aussi important que les contraintes budgétaires dans les décisions d'allocation de ressources des dirigeants d'entreprises.

C'est à une présentation des moyens de procéder à ces divers types de limitations que nous allons procéder.

2.1. L'élargissement des contraintes techniques relatives à la nature des projets d'investissement étudiés

La prise en considération de l'indivisibilité des projets d'investissement

Dans un premier mouvement on pourrait être tenté de procéder tout simplement à l'arrondissement des résultats obtenus. Ainsi, dans l'exemple précédent, on réaliserait intégralement le projet 6 ($X_6 = 0..97$) et on abandonnerait le projet 7 ($X_7 = 0.045$). Le programme d'investissement retenu serait alors constitué des projets 1, 3, 4, 6 et 9. Une telle façon de faire conduit d'ailleurs souvent à la meilleure des solutions parmi celles qui n'incorporent que des projets non divisibles. Nous verrons un peu plus tard que tel est bien le cas ici.

Toutefois, il n'en est pas toujours ainsi et, à ce titre, cette façon de procéder peut entraîner des difficultés [10]: tantôt la solution arrondie est inacceptable [11], tantôt elle est acceptable [12] mais non optimale. Aussi, dans ces conditions ,conseille-t-on souvent aux dirigeants d'entreprises d'utiliser dans le cadre de l'optimisation des choix d'investissements cette variante de la programmation linéaire qu'est la programmation linéaire en nombres entiers[13] .

La formulation du problème de Lorie et Savage, dans l'hypothèse où l'on retient cette technique de programmation linéaire en nombres entiers, devient:

Maximiser $$\Gamma = \sum_{j=1}^{j=n} b_j X_j$$

sous les contraintes

$$a) \sum_{j=1}^{n} d_{jt} X_j \leq L_t \qquad t = 0,1,\cdots,T$$

$$b) \; o \leq X_j \leq 1 \qquad j = 1,2,\cdots,n$$

c) X_j nombre entier

Compte tenu des limites de l'intervalle de variation de $X_j \left(0 \leq X_j \leq 1\right)$, la dernière contrainte équivaut à limiter à 0 ou 1 les valeurs prises par X_j. .Un X_j égal à 0 dans la solution optimale signifie que le projet *j* n'appartient pas à la

[10]. F. Glover,D.C. Sommer,Pitfalls of Rounding in Discrete Management Decision Problems,Decision Sciences,April 1975,pp.211-220

[11] Une ou plusieurs des contraintes de base n'étant plus satisfaites

[12].Toutes les contraintes sont alors satisfaites

[13]. R . E. Jensen,Sensitivity Analysis and Integer Linear Programming,The Accounting Review,July 1968,pp.425-445

combinaison de projets optimale. Si X_j est égal à 1, cela signifie au contraire que le projet *j* fait partie de la combinaison de projets optimale.

Ainsi, l'application au problème de Lorie et Savage des techniques de programmation linéaire en nombres entiers conduirait à la solution optimale suivante:

$X_1 = 1$	$X_4 = 1$	$X_7 = 0$
$X_2 = 0$	$X_5 = 0$	$X_8 = 0$
$X_3 = 1$	$X_6 = 1$	$X_9 = 1$

et à une valeur actuelle nette intégrée du programme égal à $\Gamma = 70$.

Il n'est pas question ici de présenter les diverses méthodes utilisables pour résoudre des problèmes de ce type: rappelons simplement qu'elles sont très nombreuses, et encore en pleine évolution [14][15] ; Signalons parmi les principales méthodes utilisées, la méthode des plans sécants (algorithme de R. Gomory [16], algorithme de G. Woolsey et C.A. Traugh Jr [17], algorithme de D.R. Plane et C. Mc Millan Jr [18]), la méthode S.E.S.[19] (algorithme de E. Balas [20] , algorithme de E.L. Lawler et M.D. Bell [21], algorithme de A.M. Geoffrion [22]), la méthode S.E.P.[23] (algorithme de A. Land et G. Doig [24], algorithme de R. Roy, R. Benayoun et J. Tergny [25]). Ces deux dernières méthodes sont de loin les plus fréquemment utilisées [26]

---

[14]. A. M. Geoffrion et R. E. Marsten,Integer Programming Algorithms,a Framework and State-of-the Art Survey,Management Science,May 1972,pp.465-491

[15] A. M. Geoffrion,A Guided Tour of Recent Practical Advances in Integer Linear Programming,Omega,
February 1976,pp.49-58

[16]. R . Gomory, An Algorithm for Integer Solutions to Linear Programs,Bulletin of the American Mathematical Society,Sept.1958 [

[17] G. Woolsey, C. A. Traugh Jr.,IPSC,A Machine Independent Integer Linear Program,Sandia Laboratories Rsearch Report SC-RR-66-433,July1966

[18]. D. R. Plane, C. Mc Millan Jr.,Discrete Optimisation,Englewoods Cliffs:New Jersey,Prentice Hall,1971

[19]. Séparation et Evaluation séquentielle *(Implicit Enumérution Approach)*

[20]E Balas,An Additive Algorithm for Solving Linear Programs with Zero-One Variables,Operations Research,July-August,1965,pp.517-546

[21].E.L.Lawler et M.D Bell ,A Method for Solving Discrete Programming Problems ,Operations Research,Nov.-Dec. 1966,pp.1098-1112

[22] A. M. Geoffrion,An Improved Implicit Enumeration Approach for Integer Programming,Operations Research,May-June 1969,pp.437-454

[23] Séparation et Evaluation Progressive *(Branch and Bound Approach*

[24]A. Land et G. Doig,An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems,Econometrica,July 1960,pp.497-519

[25] B. Roy, R. Benayoun et J. Tergny,From S.E.P. Procedure to the Mixte Ophelie Program ,in J.Abadie,Editor,Integer and Non Linear Programming,Amsterdam:North-Holland,1970

[26]Le lecteur intéressé par les performances relatives de ces différentes méthodes dans le cadre de la résolution de problèmes financiers pourra se reporter utilement a R.H. Pettway, Integer Programming in Capital Budgeting:a computational Experience ,Journal of Financial and Quantitative Analysis,Sept.1972,pp.665-672

La prise en considération d'une non-indépendance éventuelle des projets d 'investissement

Il s'agit essentiellement des projets mutuellement exclusifs et des projets contingents. On peut montrer que l'incorporation de ces types de projets au modèle précédent ne pose aucune difficulté:

- ainsi dans l'hypothèse où les projets 1 et 6 seraient des *projets mutuellement exclusifs, il* suffirait d'ajouter à l'ensemble des contraintes précédentes, la contrainte additionnelle:

$$X_1 + X_6 \leq 1$$

laquelle exclut la réalisation simultanée des deux projets 1 et 6. Si le projet 1 est réalisé, X_1 est égal à 1 et la satisfaction de la contrainte exige que X_6 soit nul et donc le projet 6 abandonné. De même la réalisation du projet 6 implique l'abandon du projet 1.

- de même peut-on régler tout aussi aisément le cas des *projets contingents.*

Un premier exemple est celui d'un projet 7 qui ne pourrait être accepté que si le projet 2 l'était préalablement. Pour s'en assurer il suffit d'ajouter à l'ensemble des contraintes du modèle de base, la contrainte additionnelle suivante:

$$X_7 \leq X_2$$

qui exclut la possibilité de retenir le projet 7, le projet 2 étant éliminé. En effet, si X_2 est égal à 0, X_7 plus petit ou égal à X_2 ne peut être que nul.

Un second exemple est celui d'un projet d'investissement 3 qui, s'il était retenu, devrait obligatoirement être accompagné des projets d'investissement 5 et 9. Là aussi pour s'assurer du résultat cherché il suffira d'ajouter à l'ensemble des contraintes du modèle de base la contrainte additionnelle suivante:

$$-2X_3 + X_5 + X_9 \geq 0$$

En effet, si le projet 3 est adopté, X_3 sera égal à 1 et $-2X_3$ égal à -2. Pour que la contrainte précédente soit vérifiée il est nécessaire que X_5 et X_9 soient tous les deux égaux à 1, c'est-à-dire que les projets 5 et 9 soient eux-mêmes adoptés [27].

Telles sont les principales modifications, liées à la nature des projets d'investissement, qu'il convenait d'incorporer au modèle de base. On ne peut toutefois en rester là: d'autres modifications, de nature financière cette fois, sont également souhaitables. Ce sont ces autres modifications qu'il convient d'analyser maintenant.

---

[27]. Notons cependant que dans un cas de ce genre la solution rationnelle est de grouper les projets concernés pour en faire un projet unique

2.2. L'élargissement des contraintes financières du modèle de base

L'intégration d'une possibilité de transfert de fonds ou de projets d'une période à l'autre

Le modèle de base fournissait quelques indications sur l'intérêt qu'aurait présenté le transfert de fonds d'une période où des fonds demeurent inutilisés dans le cadre de la solution optimale à une autre période où le manque de capitaux limite la progression du niveau de la fonction objectif. Sa formulation ne permettait pas pour autant d'assurer la réalisation *effective* d'un transfert de fonds. Pour répondre à un tel besoin il convient de modifier la configuration précédente du problème.

- une première façon de procéder a été suggérée par G.D. Quirin: celui-ci propose de remplacer la série des contraintes budgétaires

$$\sum_{j=1}^{n} d_{jt} X_j \leq L_t \qquad t = 0,1,2,\cdots,T$$

par la nouvelle série des contraintes budgétaires suivantes

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{t=0}^{T'} d_{jt} X_j \leq \sum_{t=0}^{T'} L_t \qquad T' = 0,1,\cdots,T$$

le terme de gauche, correspondant au cumul à chaque étape T' de l'horizon T retenu, des fonds engagés dans chacun des n projets, et celui de droite au total des fonds disponibles d'ici la même date.

Dans le cadre du problème de Lorie et Savage les nouvelles contraintes deviennent:

$$\sum_{j=1}^{9} \sum_{t=0}^{0} d_{jt} X_j \leq \sum_{t=0}^{0} L_t \qquad pour \quad T' = 0$$

et

$$\sum_{j=1}^{9} \sum_{t=0}^{1} d_{jt} X_j \leq \sum_{t=0}^{1} L_t \qquad pour \quad T' = 1$$

ou plus précisément à:

$$12X_1 + 54X_2 + 6X_3 + 6X_4 + 30X_5 + 6X_6 + 48X_7 + 36X_8 + 18X_9 \leq 50 \quad pour \quad T' = 0$$

$$15X_1 + 61X_2 + 12X_3 + 8X_4 + 65X_5 + 9X_6 + 52X_7 + 39X_8 + 21X_9 \leq 70 \quad pour \quad T' = 1$$

la fonction objectif et les autres contraintes demeurant inchangées.

- une seconde façon de procéder, proposée par H.M. Weingartner [28] consiste à intégrer au modèle de base des variables additionnelles représentatives des modifications apportées au montant du budget de chaque période lorsqu'il y a transfert de fonds d'une période à une autre. Pour une période t quelconque [29] W_t représentera le montant des fonds retirés à la suite d'un transfert du budget de la période et V_t représentera le montant des fonds ajoutés à la suite d'un transfert.

Ainsi, cette méthode consiste à remplacer la série des contraintes

$$\sum_{j=1}^{n} d_{jt} X_j \leq L_t \qquad t = 0,1,2,\cdots,T$$

par la nouvelle série de contraintes

$$d_{10}X_1 + d_{20}X_2 + \cdots + d_{n0}X_n + W_0 \qquad \leq L_0$$

$$d_{11}X_1 + d_{21}X_2 + \cdots + d_{n1}X_n + W_1 - V_1 \qquad \leq L_1$$

....

$$d_{1t}X_1 + d_{2t}X_2 + \ldots\ldots + d_{nt}X_n + W_t - V_t \leq L_t$$

....

$$d_{1t}X_1 + d_{2T}X_2 + \cdots + d_{nT} \qquad - V_T \qquad \leq L_T$$

auxquelles, pour tenir compte de l'égalité obligatoire entre le total des retraits et le total des apports sur l'ensemble de la période, on ajoutera l'identité

$$W_0 + W_1 + \cdots + W_t + \cdots + W_{T-1} = V_1 + V_2 + \cdots + \cdots V_t + \cdots + V_T$$

la fonction objectif et les autres contraintes demeurant là encore inchangées.

L'intégration des possibilités de transfert de projets

On peut observer que le modèle de base impliquait un échéancier rigide des dépenses d'investissement: ainsi au projet 1 étaient associées une dépense de 12 pour la période 0 et une dépense de 3 pour la période 1. Aucune autre alternative d'échéancier n'était envisagée à aucun moment.

Là encore une telle situation est sans aucun doute trop restrictive pour représenter valablement les problèmes auxquels font face les dirigeants d'entreprises: le plus souvent, pour un projet donné, plusieurs rythmes

[28] . H. M. Weingartner,Mathematical Programming and the Analysis of Capital Projects,Chicago:Markham Publishing Company,1967,], p. 124; voir également J. M.Agostini,Le coix des Investissements ,Paris:Dunod,1972 ,pp. 70-72.

[29]. A l'exception de la période 0 pour laquelle un apport de fonds en provenance d'une période antérieure est exclu et de la période T pour laquelle un retrait de fonds au bénéfice d'une période ultérieure est également exclu.

d'étalement des dépenses sont possibles. Ainsi, par exemple, nous pourrions supposer que le projet correspondant à l'alternative n° 1 impliquant un échéancier 12-3, pourrait également être réalisé sous la forme des projets nouveaux 10 et 11 du tableau ci-dessous: au projet 10 équivaudrait une accélération de la réalisation du projet 1, au projet 11 à l'inverse correspondrait un ralentissement de la réalisation du même projet l.

Tableau 4.10

Projet j	*VANI du projet j*	*Dépense initiale à la période 0 $C_{0,j)}$*	*associée au projet j à la période 1 $C_{1,j}$*
**1*	*14*	*12*	*3*
2	*17*	*54*	*7*
3	*17*	*6*	*6*
4	*15*	*6*	*2*
5	*40*	*30*	*35*
6	*12*	*6*	*6*
7	*14*	*48*	*4*
8	*10*	*36*	*3*
9	*12*	*18*	*3*
**10*	*18*	*14*	*0*
**11*	*11*	*0*	*17*

** projets mutuellement exclusifs*

Pour tenir compte de cette éventualité de transfert d'un projet d'une période à l'autre, il suffit donc d'ajouter à l'ensemble des projets initiaux autant de projets nouveaux qu'il y a d'échéanciers potentiels de ce projet. La seule précaution à prendre est, compte tenu du fait que les projets 1, 10 et 11 sont des *projets mutuellement exclusifs*, d'ajouter la contrainte additionnelle classique associée à ces derniers, c'est-à-dire dans le cas présent:

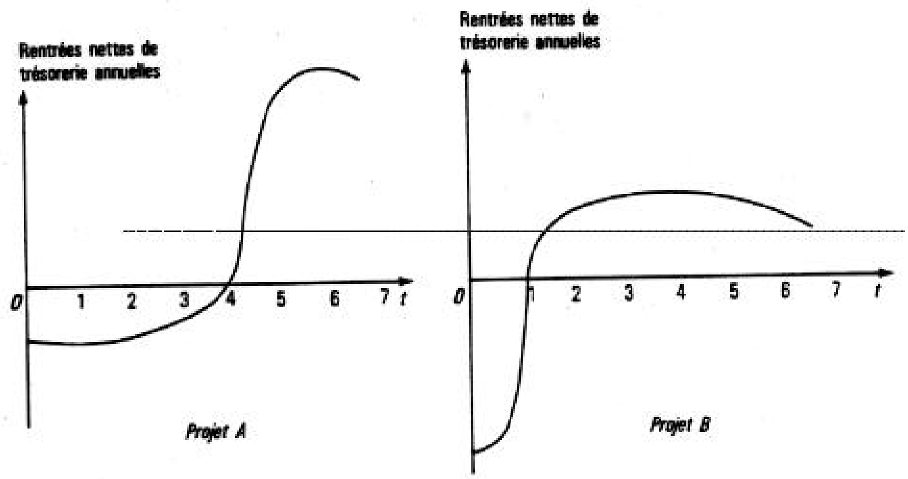
$$X_1 + X_{10} + X_{11} \leq 1$$

La prise en considération d'un niveau minimal des rentrées nettes de trésorerie et bénéfices comptables du programme ainsi que de la variabilité de ces derniers

Même amendé pour tenir compte de toutes les critiques précédentes le modèle proposé n'en demeure pas moins critiquable sur deux points:l'absence de référence à un niveau minimum des rentrées nettes de trésorerie exigé du programme d'investissement, l'absence de référence au niveau des bénéfices nets comptables estimés des projets d'investissement de ce programme.

Un souci de liquidité peut en effet conduire les dirigeants d'entreprise à privilégier des projets globalement moins rentables que d'autres en termes de rentrées nettes de trésorerie actualisées, mais qui auraient l'intérêt de fournir, au moment voulu, *des liquidités* dont l'entreprise aurait alors besoin pour assurer la flexibilité de l'exploitation ou pour financer une dépense prévue de longue date... On peut ainsi parfaitement imaginer l'opposition d'un projet d'investissement *A* très rentable dont on n' escompte pas un flux positif de rentrées nettes de trésorerie avant trois ou quatre années et d'un autre projet *B* dont la caractéristique serait de fournir des rentrées nettes de trésorerie plus faibles mais plus régulières et dans un délai rapproché.

Tableau 4.2



Il est possible que *B* soit préféré à *A* par un dirigeant financier, en dépit de la rentabilité plus forte de ce dernier projet: un tel comportement est d'ailleurs assez fréquent: l'utilisation fréquente par certains dirigeants financiers du délai de récupération comme critère de rentabilité en constitue une des manifestations. Il convient dès lors, si l'on veut tendre vers l'opérationalité du modèle, d'incorporer à celui-ci ce souci habituel de liquidité qu'ont les dirigeants d'entreprise.

De la même manière, une référence au *niveau* et à *l'évolution des bénéfices nets comptables des différents projets* s'impose: c'est en effet en partie sur la base de ces bénéfices comptables que l'environnement financier juge de la qualité de la gestion d'une entreprise. Ne pas en tenir compte ne serait justifié que si bénéfices nets et rentrées nettes de trésorerie des projets évoluaient parallèlement: tel n'est pas le cas cependant; on constate assez souvent que des projets jugés rentables sur la base de leurs rentrées nettes de trésorerie sont en fait déficitaires en terme de résultat comptable pendant plusieurs années, notamment leurs premières années de vie.

Cette prise en considération des deux éléments ci-dessus se trouve à des degrés divers dans les travaux de A.A. Robichek, D.G. Ogilvie et J. Roach [30], de E.M. Lerner et A. Rappaport [31] ou de D. Chambers [32]: ainsi, à titre d'exemple,

---

[30]I . A. A. Robichek, D. G. Ogilvie et J. Roach, Capital Budgting :A Pragmatic Approach ,Financial Executive,April 1969,pp.26-38

[31] E. M. Lerner et A. Rappaport,Limit DCF in Capital Budgeting,Harvard Business Review,Sept-oct.1968,pp.133-140 , (une version légèrement révisée de l'article concerné a été publié dans A. Rappaport ed., *Information for Decision-making. Quantitative and Behavioral Dimensions.* Englewood Cliffs, New -Jersey, 1975, 2' édition, pp. 151-159)

[32]. D Chambers Programming the Allocation of Funds subject to Restriction on Reported Results,Operational Research Quarterly,December 1967,pp.407-432 ;voir aussi T.R. Dyckman et

les premiers incorporent au modèle de base deux contraintes nouvelles correspondant à un niveau minima exigé tant des bénéfices nets E_t^* que des rentrées nettes de trésorerie C_t^* attendus du programme d'investissement. Les derniers mettent l'accent quant à eux sur la nécessité de s'assurer un taux de croissance minimum des bénéfices attendus. Ceci équivaut à introduire dans le modèle de base les séries de contraintes suivantes:

$$\sum_{j=1}^{n} E_{jt} X_j \geq E_t^* \qquad t = 0,1,\cdots,T^{37}$$

$$\sum_{j=1}^{n} C_{jt} X_j \geq C_t^* \qquad t = 0,1,\cdots,T^{37}$$

et

$$\sum_{j}^{n} \; \sum_{j=1}^{n} E_{jt} X_j - (1+g) \sum_{j=1}^{n} E_{j.t-1} X_j \geq 0 \qquad t = 0,1,\cdots,T^{37}$$

avec:

E_{jt} *et* C_{jt} les niveaux prévus des bénéfices nets comptables et des rentrées nettes de trésorerie annuelles du projet j au cours de l'année t.

E_t^* *et* C_t^* les montants minima des bénéfices nets comptables et rentrées nettes de trésorerie qu'exigent pour l'année *t* les dirigeants d'entreprises de leur programme d'investissement.

g le taux de croissance minimum de leurs bénéfices nets comptables.

Il nous reste à fournir une illustration d'un tel modèle d'allocation des capitaux en situation de rationnement du capital; cette illustration nous sera fournie de nouveau par l'examen de la société Athis.

2.3. Une application du modèle général à la société Athis

Les données du problème

La société Athis dont il a été question précédemment est une société cotée en bourse dont les 10000 actions sont très largement réparties dans le public, et dont les dirigeants ont toujours eu dans le passé le souci de satisfaire

---

J.C. Kinard,Discounted Cashflow Criterion Investment Model with Accounting Income Constraints,Decision Sciences,July 1973,pp.301-313

[37]. Ces contraintes peuvent concerner plusieurs années de référence successives: celles couvertes par le plan à moyen terme de l'entreprise par exemple

les intérêts de ses actionnaires. Ceci s'est notamment traduit au cours des années récentes par l'adoption d'une politique d'investissement sélective qui a permis jusqu'à présent une progression moyenne des bénéfices par action d'environ 6% par an. Une progression annuelle de 5% de ces bénéfices par action paraît constituer, pour ces dirigeants, un minimum minimorum à exiger pour les exercices à venir; de même, l'est le maintien au niveau actuel du montant de la capacité d'autofinancement annuelle.
Le tableau ci-dessous présente quelques informations financières concernant la société, relatives au dernier exercice:

Tableau 4.11

Données relatives au dernier exercice	
Capacité d'autofinancement	*1 200 000 F*
Bénéfices comptables	*480 000 F*
Bénéfices nets par action	*48F*
Dividende par action(à répartir)	*20 F*

Quant aux prévisions de la direction financière de la société concernant les bénéfices comptables et la capacité d'autofinancement pour les deux prochaines années, elles sont, (avant tout investissement nouveau) de:

Tableau.4.12

Données prévisionnelles	*Exercices*	*à venir*
	t+1	*t+2*
Capacité d'autofinancement	*1 100 000 F*	*1 075 000 F*
Bénéfices comptables	*475 000 F*	*450 000 F*
Bénéfices nets par action	*47.50 F*	*45 F*

Comme à l'accoutumée, la Direction entend limiter l'enveloppe financière du programme d'investissement de l'année *au montant non affecté* de la capacité d'autofinancement du dernier exercice; chaque année, compte tenu de certaines dépenses jugées prioritaires, un montant variable doit être soustrait du montant de celle-ci: ainsi pour l'année en cours a-t-on prévu parmi ces dépenses prioritaires un montant de 200 000 francs destiné au paiement du dividende annuel, un montant de 100 000 francs destiné à couvrir les frais de lancement d'un programme de Recherche et Développement, un montant de 60 000 francs correspondant à l'aménagement d'une salle de repos pour le personnel, un montant de
40 000 francs correspondant au financement de la campagne annuelle de publicité, enfin, un montant de 190 000 francs correspondant à un financement complémentaire d'investissements adoptés l'an dernier. L'ensemble de ces ressources affectées représente 590 000 francs, c'est donc au total 610 000 francs qui restent disponibles pour assurer le financement du programme d'investissement actuellement à l'étude

Lors de l'analyse de la détermination d'un programme d'investissement par la méthode traditionnelle, via le recours au programme PILOT2, nous avons déjà présenté les caractéristiques des divers projets proposés à la Direction Générale de la Société Athis par les responsables des divers départements de celle-ci.

Nous nous contenterons ici de récapituler les principales caractéristiques financières (valeur actuelle nette intégrée, bénéfices comptables, rentrées nettes de trésorerie après impôts...) des projets concernés, en maintenant l'hypothèse que certains de ces projets sont dépendants (en premier lieu deux projets contingents les projets 6 et 9, le projet 6 devant être réalisé préalablement au projet 9; en second lieu deux projets mutuellement exclusifs, les projets 11 et 12).

Sur la base des caractéristiques financières de ces projets présentées dans le tableau 4.13, il est possible de formuler le problème posé à la société Athis sous la forme suivante:

Maximiser

$$\Gamma = 34.62X_1 + 92.97X_2 + 28.78X_3 + 17.61X_4 + 26.82X_5 + 35.38X_6 + 14.48X_7 + 18.72X_8 + 127.00X_9$$
$$+49.50X_{10} + 25.36X_{11} + 70.05X_{12}$$

sous les contraintes suivantes:

A. *Contraintes financières*

a) Contrainte de rationnement du capital en t_0 au niveau L_0 = 610000 francs

$$140X_1 + 300X_2 + 48X_3 + 70X_4 + 50X_5 + 130X_6 + 30X_7 + 30X_8 + 400X_9 + 80X_{10}$$
$$+60X_{11} + 160X_{12} \leq 610$$

b) Contrainte de croissance minimum des bénéfices comptables (≥ 5 % l'an)

$$-9X_1 + 10X_2 + 7X_3 + 3X_4 + 3X_5 - 3X_6 + 0X_7 + 3X_8 - 20X_9 + 7X_{10} + 8X_{11} + 12X_{12} \geq 29$$ [33]

c) Contrainte de maintien en t_1 de la capacité d'autofinancement à son niveau actuel(1200 000 francs)

19 X_1 + 70 X_2 + 23 X_3 +17 X_4 [34]+13 X_5 +23 X_6 [38] +10 X_7 +9 X_8 +80 X_9 +23 X_{10} +28 X_{11} +44 X_{12} ≥ 100 [35]

---

[33]. 480 (1,05)-475 = 29 c'est-à-dire l'écart entre l'objectif minimum en matière de bénéfices comptables pour l'année à venir, et les prévisions du directeur financier pour cette même année

[34]. Rentrées nettes de trésorerie du projet pour l'année 1, compte non tenu de la dépense en capital de cette même année

[35]. 1 200 -1 100 = 100 c'est-à-dire l'écart entre l'objectif minimum en matière de capacité d'autofinancement pour l'année à venir et les prévisions du directeur financier pour cette même année

B. <u>Contraintes techniques</u>

a) $0 \leq X_j \leq 1 \; j = 1, \ldots, 12$

b) X_j entier $j = 1, \ldots, 12$

c) $X_{11} + X_{12} \leq 1$ (projets mutuellement exclusifs)

d) $-X_6 + X_9 \leq 0$ (projets contingents).

Tableau 4.13

(en milliers de francs)

Projets	Flux nets annuels de trésorerie (après imposition)											Bénéfices comptables nets d'impôts		*V.A.N.I.*
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	
1	− 140	19	34	34	34	29	15	10	10	−		− 9	6	34,62
2	− 300	70	70	70	70	70	40	−	−	−		10	10	92,97
3	− 48	23	23	18	−	−	−	−	−	−		7	7	28,78
4	− 70	43	23	23	23	23	16	10	10	10	10	3	− 3	17,61
5	− 90	13	13	13	13	13	5	5	5			3	3	26,82
6	− 130	27	38	43	53	43	15					− 3	2	35,38
7	− 30	10	12	12	5	−	−	−	−	−	−	0	2	14,48
8	− 30	9	9	9	7	7	−	−	−	−	−	3	3	13,72
9	− 400	80	120	120	95	30	20	20	20	15	10	− 20	20	27,00
10	− 80	− 27	33	33	33	33	15	10	−	−	−	7	7	49,50
11	− 60	− 28	28	14	−	−	−	−	−	−	−	8	8	25,36
12	− 160	44	44	44	44	44	−	−	−	−	−	12	12	70,05

Limite financière pour l'année t = 0 : 610.

L'utilisation de l'un quelconque des algorithmes présentés plus haut nous fournit la solution optimale suivante du problème étudié:

$X_1 = 0$	$X_4 = 1$	$X_7 = 1$	$X_{10} = 1$
$X_2 = 0$	$X_5 = 1$	$X_8 = 1$	$X_{11} = 0$
$X_3 = 1$	$X_6 = 1$	$X_9 = 0$	$X_{12} = 1$

c'est-à-dire le programme d'investissement constitué des projets 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10 12, caractérisé par une dépense d'investissement de:

598 000 francs l'année 0

et 160 000 francs l'année 1

et laissant entrevoir une valeur actuelle nette intégrée égale à 256 340 francs (*V.A.N.I.U.* = 0.345).

Il peut être intéressant de comparer ce programme d'investissement optimal [3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12] au programme d'investissement obtenu lors de l'utilisation de la méthode traditionnelle [1, 3, 4, 5, 7, 8,10, 12] [36] Le tableau ci-contre présente les principaux éléments de la comparaison.

Ce tableau permet de comprendre les raisons du remplacement dans le programme optimal du projet 1 par le projet 6: il apparaît que le programme issu de l'utilisation de la méthode traditionnelle, conduisant à un taux de croissance annuel des bénéfices comptables de 4,38% sur l'année 1, ne satisfait pas à l'une des contraintes de base des dirigeants de la firme (croissance de ces bénéfices ≥5 % l'an [37]). A l'inverse la substitution du projet 6 au projet 1 dans le programme d'investissement optimal permet d'assurer un taux de croissance des bénéfices comptables (10.56%) dépassant largement la norme exigée, les autres contraintes étant également satisfaites.

Tableau 4.14

Eléménts de comparaison	*Programme résultant (méthode traditionnelle)*	*Programme résultant (programmation linéaire)*
a)dépense d'investissement période 0	*608 000 F*	*598 000 F*
b)dépense d'investissementpériode 1	*110 000 F*	*160 000 F*
c)dépense d'investissement totale actualisée	*708 000 F*	*743 450 F*
d)valeur actuelle nette intégrée du programme	*255 580 F*	*256 340 F*
e)valeur actuelle nette intégrée unitaire du programme	*0.361*	*0.345*
f)bénéfices comptables associés à l'année 1	*501 000 F*	*507 000 F*
g)Capacité d'autofinancement associée à l'année 1	*1 258 000 F*	*1 262 000 F*

Notons cependant une particularité de ce programme optimal, il fournit certes la plus grande valeur actuelle nette intégrée possible dans le cadre de la dotation en capital permise pour t_0. Toutefois, l'obtention de cette valeur actuelle nette intégrée nécessite une dépense complémentaire d'investissement, prioritaire lors du prochain programme, de 160 000 francs, au lieu de 110 000 francs dans le cas précédent: ceci conduit en fait à une détérioration de la rentabilité effective moyenne des capitaux engagés (0,345 ≤ 0,361 par franc engagé).

Ce résultat met clairement en évidence le coût des contraintes de gestion que peuvent dans certains cas s'imposer *à court terme* les dirigeants d'entreprise: à l'objectif de maximisation de la valeur est associée la maximisation de la

[36]. Figure *4.1 .b.* page *164.*

[37]. La cause en est la perte comptable associée pour la première année au projet 1(-9)qui limite à 26 000 la progression possible des bénéfices comptables au cours de l'année, alors que 29 000 est la limite minimum pour que la contrainte de croissance des bénéfices comptables soit satisfaite

rentabilité à *long terme* de l'entreprise ; pour des raisons évidentes[38] les dirigeants d'entreprises peuvent vouloir dépasser cet objectif et s'intéresser aussi à l'impact des projets d'investissements annuels sur la rentabilité à *court terme* del'entreprise [39]; ils devront cependant dans ce cas, l'exemple précédent le montre, se satisfaire d'une rentabilité à long terme plus faible.

L'illustration présentée ci-dessus concernant une application de la programmation linéaire ne portait que sur un exemple, somme toute assez rudimentaire: c'est pour des raisons de simplicité que nous avons limité ici à 1 an l'horizon des dirigeants concernés. Toutefois, la technique concernée est *très flexible,* à l'inverse de la méthode traditionnelle, elle peut être très facilement étendue aux horizons plus longs auxquels sont habitués les dirigeants financiers d'entreprises lorsqu'ils ont la responsabilité de l'élaboration du plan financier à moyen terme de l'entreprise.

3. Examen critique du modèle élargi de Weingartner

Le choix que nous avons fait de retenir globalement l'approche *Weingartner* du problème étudié ne s'imposait pas à l'évidence. Cette approche a d'ailleurs été, et demeure encore dans une large mesure, très discutée. Il nous faut donc,dès lors , justifier ce choix.

Deux critiques formulées à l'encontre de l'approche *Weingartner* l' ont été par W.J. Baumol et R.E. Quandt [40]: la première étant selon les termes même de Baumol et Quandt, une critique mineure, la seconde étant jugée par contre fondamentale au point, nous disent-ils, de remettre en cause la structure même du modèle; ces critiques peuvent être présentées dans les termes suivants:
- la séparation faite dans le modèle entre les rentrées de fonds et les sorties de fonds serait illogique.
- la référence à un taux d'actualisation *externe* pour l'actualisation des rentrées nettes de trésorerie dans la fonction objectif ne serait pas compatible avec une situation de rationnement du capital.

3.1. Une critique mineure: l'illogisme de la séparation rentrées de fonds-sorties de fonds associée aux flux de trésorerie des projets

Il convient en effet de constater que le modèle présenté par Weingartner repose sur une indépendance totale entre les rentrées nettes de trésorerie qu'est censée fournir la réalisation du programme d'investissement, et la fixation des limites D_t du budget d'investissement associées à chacune des années de l'horizon étudié: ceci veut dire qu'implicitement Weingartner suppose que les rentrées nettes de trésorerie associées à un projet donné en *t* ne peuvent d'aucune façon

---

[38] notamment le souci d'éviter de faire apparaitre une évolution défavorable des bénéfices comptables,laquelle pourrait être mal interprètée par le marché et conduire à une baisse du cours de l'action.

[39]. Tel semble être effectivement le cas c'est du moins ce qui ressort d'une récente enquête de W. R. Greer Jr et M. R. O'Neill,The Impact of Accounting Income Streams on Investment Project Value,The Engineering Economist,Winter 1977,pp.119-130

[40]1. W. J. Baumol et R. E. Quandt,Investment and Discount Rates under Capital Rationing: A Programming Approach ,Economic Journal,June 1965,pp.317-329

servir à l'élargissement de la contrainte de financement en $t + 1$ et faciliter ainsi l'adoption à cette date d'un projet qui aurait dû être rejeté en raison du manque de capitaux. Baumol et Quandt contestent cet a priori et suggèrent de retenir une formulation des contraintes permettant une telle compensation entre rentrées et sorties de trésorerie.
Nous donnerons sur ce point raison à Baumol et Quandt: l'argumentation ultérieure de Weingartner faveur d'une séparation nécessaire des flux de trésorerie positifs et négatifs, n'étant pas très convaincante [41] Aussi pour répondre positivement à cette remarque justifiée de Baumol et Quandt conviendrait-il de raisonner en termes de rentrées nettes de trésorerie annuelles toutes compensations effectuées: ainsi, au projet 6 dont les caractéristiques seraient les suivantes:

Tableau 4.15

	0	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
sorties de fonds	*-130*	*-50*					
rentrées de fonds		23	38	43	53	43	15
flux nets de trésorerie	**-130**	**-27**	**38**	**43**	**53**	**43**	**15**

seraient associées, dans la nouvelle formulation des contraintes,pour les deux premières années[42] -130 et -27 comme sorties de fonds et non -130 et -50 comme prévu initialement.. Il conviendrait de traiter de la même façon l'ensemble des projets qui, comme ce projet 6, voient leur dépense initiale s'étaler sur 2 ans.

3.2. Une critique majeure: l'incompatibilité d'un taux d'actualisation externe avec une situation de rationnement du capital

C'est au niveau de la fonction objectif qu'il est fait référence à un taux d'actualisation k pour le calcul de la rentabilité des projets. La question posée par Baumol et Quandt est la suivante: a-t-on encore le droit d'utiliser k le taux d'actualisation externe, c'est-à-dire le taux d'intérêt auquel on peut se procurer des capitaux sur le marché, lorsqu'on se situe justement dans le cadre d'une

---

[41] Selon Weingartner,les rentrées nettes de trésorerie obtenues du programme d'investissement réalisé ne devraient pas être disponibles pour un réinvestissement,avant qu'une décision explicite du comité de sélection des projets soit prise à leur égard sur la base de l'observation des fonds réellement disponibles.En fait,on ne voit pas pourquoi l'affectation de ces fonds devrait se faire a posteriori en t+1 sur la base de l'observation du montant effectif des capitaux disponibles à cette date ,et non en t a priori sur la base des prévisions de fonds disponibles en t+1.

[42] à supposer que l'on retienne l'hypothèse d'une optimisation sur plusieurs années successives avec la formulation de contraintes budgétaires sur plusieurs années successives .Notons que dans l'exemple précédent nous nous étions limité à la prise en considération d'une seule contrainte budgétaire.(610 000 en t_0)

situation de rationnement du capital c'est-à-dire une situation où l'on ne peut pas (rationnement externe) ou l'on ne veut pas (rationnement interne) faire davantage appel à ce marché ?

Pour Baumol et Quandt la réponse à cette question ne fait aucun doute: dans une telle situation de rationnement du capital, le taux d'actualisation qu'il convient d'intégrer à la fonction objectif, c'est le taux d'actualisation reflétant *la rareté du capital* pour l'entreprise considérée, c'est-à-dire le taux de rentabilité du projet d'investissement auquel il faut renoncer ou encore le niveau atteint par les variables duales dans le cadre de la résolution du problème par la programmation linéaire. Or ,nous disent-ils, la structure du modèle de Weingartner conduit à une impasse puisque l'établissement de la fonction objectif et la résolution du problème primal exigent l'utilisation d'un taux d'actualisation qui n'est connu qu'une fois résolu le problème dual. En d'autres termes, nous ne pouvons pas déterminer le taux d'actualisation adéquat tant que n'a pas été calculé le taux de rentabilité du projet marginal abandonné, et nous ne pouvons pas non plus calculer le taux de rentabilité des différents projets et notamment du projet marginal tant que nous n'avons pas calculé le taux d'actualisation adéquat [43].

Cette situation paradoxale allait susciter une réflexion approfondie sur les hypothèses et les conditions d'application du modèle de base. Partant de l'idée que Baumol et Quandt avaient raison d'affirmer qu'en situation de rationnement du capital les dirigeants n'avaient pas le droit d'utiliser un taux d'actualisation externe dans le cadre de l'élaboration de leur fonction objectif, quelques auteurs dont P. Lusztig et B. Schwab [44] ont élaboré des procédures particulières permettant de passer de la solution " optimale " du premier problème, en fait non optimale, à une solution encore non optimale mais plus proche que la précédente de la véritable solution optimale. P. Lusztig et B. Schwab proposent en premier lieu de retenir provisoirement le taux d'actualisation externe comme taux d'actualisation dans la fonction objectif et de résoudre le problème tout à fait comme le suggérait Weingartner puis en second lieu de refaire un nouveau calcul en utilisant comme taux d'actualisation dans la fonction objectif, le taux de rentabilité du premier projet abandonné. Dans l'hypothèse où la solution de ce deuxième calcul s'avérerait être la même que la précédente, cette solution sera considérée comme *la* solution à mettre en oeuvre par l'entreprise. Dans l'hypothèse où au contraire cette solution s'avérerait différente de la première, il conviendrait alors de continuer la série de calculs à partir du nouveau taux de rentabilité du premier projet abandonné jusqu'à ce que l'on obtienne une solution stable. Cette solution stable sera considérée alors comme la solution optimale.

D'autres auteurs au contraire se sont attachés à étudier les raisons pour lesquelles le taux d'actualisation k pourrait ou ne pourrait pas être utilisé dans le cadre d'une situation de rationnement du capital. Parmi ces auteurs citons

[43] C'est l'observation de cette incompatibilité qui entraîna Baumol et Quandt à proposer une autre formulation du problème, conduisant notamment à une détermination simultanée de la structure optimale du budget d'investissement et du montant optimal des dividendes à distribuer aux actionnaires

[44]. P. Lusztig et B. Schwab.,A Note on the Application of Linear Programming to Capital Budgeting,Journal of Financial and Quantitative Analysis,December 1968,pp.427-432

H.M. Weingartner [45], E. Elton [46] et enfin S.C. Myers [47]. Les deux premiers montrent que si l'on ne donne pas à la notion de " rationnement du capital " un sens trop restrictif, c'est-à-dire si la limite de financement n'est pas rigide mais souple (Weingartner) ou si à défaut d'emprunt externe supplémentaire les dirigeants ont la possibilité d'émettre une augmentation de capital en numéraire (Elton), la référence à un taux d'actualisation externe est acceptable. Il ne serait donc plus nécessaire dans ces conditions de se référer à un taux d'actualisation interne dont la détermination du niveau pose tant de problèmes.

Quant à S.C. Myers, sa contribution est de loin la plus décisive: il démontre, que la structure logique du modèle alternatif proposé par Baumol et Quandt n'est pas, en dépit des apparences, différente de la structure logique du modèle original de Weingartner: à une constante près dans la fonction objectif, la formulation du modèle concurrent de Baumol et Quandt s'avère être rigoureusement la même que celle du modèle original. Et il conclut: " *Weingartner was right in the first place... k thus serves perfectly well as on external discounting criterion in the case of " hard " capita1 rationing* [48] *».*

C'est pour toutes ces raisons que précédemment, pour la résolution du problème posé à la société Athis, a été retenu le modèle de base de Weingartner [49]

---

45 H. M. Weingartner ,Criteria for Programming Investment Project Selection,Journal of Industrial Economics,November 1966,pp.65-76

46E.J.Elton ,Capital Rationing and External Discount Rates ,Journal of Finance,June 1970,pp.573-584

47. S.C Myers,A Note on Linear Programming and Capital Budgeting,Journal of Finance ,March 1972,pp.89-92

48 S.C.Myers,article cité,p. 92.

49. Pour une présentation d'ensemble de quelques autres modèles concurrents destinés à régler ce problème du choix d'un programme d'investissement en situation de rationnement du capital le lecteur pourra utilement se référer à M. Bertonèche et H. Langohr,Le choix des Investissements en situation de rationnement du Capital :Comparaison des Solutions fournies par différents modèles théoriques,Revue Economique,Septembre 1977,pp.730-764

Bibliographie

Abadie J.,editor,*Integer and Non-linear Programming,*Amsterdam: North-Holland 1970

Agostini J.M. *Le choix des investissements.* Paris, Dunod, 1972.

Balas E. « An Additive Algorithm for Solving Linear Programs with Zero-One Variables », *Operation Research,* July-August, 1965, pp. 517-546.

Baumol W.J., Quandt R.E. « Investment and Discount Rates under Capital Rationing : Programming Approach », *Economic Journal,* June 1965, pp. 317-329.

Bernhard R.H. « Mathematical Programming Models for Capital Budgeting : a Survey-Generalization and Critique », *Journal of Financial and Quantilative Analysis,* June 1969, pp. 11-158.

Bertonèche M., Langohr H. « Le choix des investissements en situation de rationnement du capital : comparaison des solutions fournies par différents modèles théoriques », *Revue économique,* septembre 1977, pp. 730-764.

Burton R.M., Damon W.W. « On the Existence of a Cost of Capital under Pure Capital Rationing », *Journal of Finance,* pp. 1165-1174

Carleton W.T. « Linear Programming and Capital Budgeting Models : a new Interpretation », *Journal of Finance,* December 1969, pp. 825-833.

Chambers D. « Programming the Allocation of Funds subject to Restriction on Reported Results », *Operational Research Quarlerly,* December 1967, pp. 407-432.

Charnes A., Cooper W.W., Miller M.H. « An Application of Linear Programming to Financial Budgeting and the Cost of Funds », *Journal of Business,* January 1959, pp. 20-46.

Chateau J.P. « La programmation déterministe du budget du capital : un modèle financier », *L'Actualite économique,* décembre 1974, pp. 415-443.

Dubois L. « La décision d'investir et la programmation linéaire », *Annales de sciences économiques appliquées,* mai 1969, pp. 115-180.

Dyckman T.R., Kinard J.C. « Discounted Cash-Flow Criterion Investment Decision Model with Accounting Income Constraints », *Decision Sciences,* July 1973, pp. 301 -313.

Elton E.J. « Capital Rationing and External Discount Rate », *Journal of Finance,* June 1970, pp. 573-584.

Fogler R.H. « Overkill in Capital Budgeting ? », *Financial Management,* Spring 1972, pp. 92-96.

Fuller J.A. « Optimal Solutions Versus « Good » Solutions : an Analysis of Heuristic Decision-making », *Omega,* n° 6, 1978, pp. 479-484.

Geoffrion A.M. « An Improved Implicit Enumeration Approach for Integer Programming », *Operations Research,* May-June 1969, pp. 437-454.

Geoffrion A.M. « A Guided Tour of Recent Pratical Advances in Integer Linear Programming », *Omega,* Feb. 1976. pp. 49-58.

Geoffrion A.M., Marsten R.E. « Integer Programming Algorithms : a Framework and State-of-the-Art Survey », *Management Science.* May 1972, pp. 465-491.

Glover F., Sommer D.C. « Pitfalls of Rounding in Discrete Management Decision Problems », *Decision Sciences,* April 1975, pp. 211 -220.

Gomory R. « An Algorithm for Integer Solutions to Linear Programs », *Bulletin of the American Mathematical Society,* Sept. 1958.

Greer Jr, W.R., O'Neill M.R. « The Impact of Accounting Income Streams on Investment Project Value », *The Engineering Economist,* Winter 1977, pp. 119-130.

Holl J.C., Plas J.P., Riou P. *Les choix d'investissement dans l'Entreprise,* Presses Universitaires de France, 1973.

Hughes J.S., Lewellen W.G. « Programming Solutions to Capital Rationing Problems », *Journal of Business Finance and Accounting,* Spring 1974, pp. 55-74.

Jensen R.E. « Sensitivity Analysis and Integer Linear Programming », *The Accounting Review,* July 1968, pp. 425-445.

Kendall J.W. « Hard and Soft Constraints in Linear Programming », *Omega,* Dec. 1975, pp. 709-716.

Land A., Doig G. « An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems », *Econometrica,* July 1960, pp. 497-519.

Lawler E.L. Bell M.D. « A Method for Solving Discrete Optimisation Problems », *Operations Research,* Nov.-Dec. 1966, pp. 1098-1112.

Lerner E.M., Rappaport A. « Limit DCF in Capital Budgeting », *Havard Business Review,* Sept.-Oct., 1968, pp. 133- 140.

Lorie J., Savage L.J. « Three Problems in Rationing Capital », *Journal of Business,* October 1955, pp.229-239.

Lusztig P., Schwab B. « A Note on the Application of Linear Programming to Capital Budgeting », *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* December 1968, pp. 427-432.

Mc Millan Jr C. *Mathematical Programming : an Introduction to the Design and Application of Optimal Decision Machines,* New York, Wiley Series in Management and Administration, 1970.

Merville L.J., Tavis L.A. « A Generalized Model for Capital Investment *Journal of Finance,* March 1973, pp. 109- 118.

Myers S.C. « A Note on Linear Programming and Capital Budgeting », *Journal of Finance,* March 1972, pp. 89-92.

Pettway R.H. « Integer Programming in Capital Budgeting : a Note on Computational Experience », *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* Sept. 1972, pp. 665-672.

Plane D.R., Mc Millan Jr C. *Discrete Optimisation,* Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall, 1971.

Quirin G.D. *The Capital Expenditure Decision,* R.D. Irwin, 1967.

Robichek A.A., Ogilvie D.G., Roach J. « Capital Budgeting : A Pragmatic Approach », *Financial Executive,* April 1969, pp. 26-38.

Roy B., Benayoun R., Tergny J. « From S.E.P. Procedure to the Mixed Ophelie Program » *in :* J. Abadie Editor, *Integer and Non Linear Programming,* Amsterdam, North Holland, 1970.

Weingartner H.M. *Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems,* Chicago, Markham Publishing Company, 1967.

Weingartner H.M. « Criteria For Programming Investment Project Selection », *Journal of Industrial Economics,* November 1966, pp. 65-76.

Weingartner H.M. « Capital Rationing: Authors in Search of a Plot, *Journal of Finance,*December 1977,pp.1403-1431

Woolsey G., Traugh Jr C.A. « IPSC, A Machine Independent Integer Linear Program », *Sandia Laboratories Research Report* SC-RR-66-433, July 1966.